

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Θέμα 1

Α. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) και ΑΔ το ύψος του. Να δείξετε ότι

$$ΑΔ^2 = ΒΔ \cdot ΔΓ$$

Β. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις με Σ (σωστό) ή Λ (λάθος)

1. σε κάθε κανονικό ν-γωνο ακτίνας R ισχύει το εξής $4a_n^2 + l_n^2 = 4R^2$
2. αν P εξωτερικό σημείο του κύκλου (O,R) τότε $\Delta_{(O,R)}^P > 0$
3. το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ είναι $E = \frac{ab\gamma}{2R}$ όπου R η ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου
4. το μήκος του κύκλου είναι $L = 2\pi R$

Θέμα 2

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ=1, ΑΓ=2, και $\hat{A} = 150^\circ$

- α) να βρεθεί το εμβαδόν του ΑΒΓ
- β) αν Μ το μέσο της ΑΓ και Ε σημείο της ΒΓ έτσι ώστε $BE = \frac{2}{3} BG$, να βρεθεί το εμβαδόν του ΜΕΓ.

Θέμα 3

Με τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές α,β,γ ισχύει $2\beta^2 + \gamma^2 = \alpha^2$. Να αποδείξετε ότι:

- α) ισχύει η σχέση $\mu_\alpha^2 = \frac{\alpha^2 - 2\beta^2}{4}$, όπου μ_α διάμεσος
- β) $\hat{A} > 90^\circ$
- γ) η προβολή ΜΔ της διαμέσου ΒΔ στην πλευρά β είναι ίση με β

Θέμα 4

Δίνεται κύκλος (O,R) και η διάμετρος ΒΟΓ του κύκλου. Από σημείο Α του κύκλου φέρνουμε την ΑΒ που έχει μέτρο 6 μονάδες και το τρίγωνο ΑΒΓ έχει εμβαδόν 24 τ.μ.

- α) να αποδείξετε ότι : ΑΓ=8 και R=5
- β) αν στην προέκταση της διαμέτρου ΒΓ προς το μέρος του Γ πάρουμε σημείο Ε και φέρουμε την εφαπτομένη του κύκλου ΕΗ (Η το σημείο επαφής) ώστε ΕΗ=λ₃ τότε να δείξετε ότι ΓΕ=λ₆
- γ) να υπολογίσετε το εμβαδόν του μικτόγραμμου τριγώνου ΓΕΗ με ΓΕ=5