

Γραπτές προαγωγικές εξετάσεις περιόδου ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ
στη ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Θέμα 1ο

A. Να αποδείξετε ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το άθροισμα των τετραγώνων των καθέτων πλευρών του ισούται με το τετράγωνο της υποτεινούςας.

(Μονάδες 10)

B. Να κυκλώσετε ή το Σ (σωστό) ή το Λ (λανθασμένη) στις προτάσεις που ακολουθούν.

α. Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η ισοδυναμία $a^2 > b^2 + c^2 \Leftrightarrow \hat{A} > 90^\circ$ Σ Λ

β. Το 2^ο θεώρημα διαμέσων σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ με $\beta > \gamma$ εκφράζεται από τον τύπο $\beta^2 - \gamma^2 = 2\alpha \cdot \text{ΜΔ}$ όπου ΜΔ η προβολή της διαμέσου ΑΜ στην πλευρά ΒΓ. Σ Λ

γ. Το εμβαδόν Ε κάθε τριγώνου ΑΒΓ δίνεται από τον τύπο $E = \frac{1}{2} \alpha \eta \mu \Gamma$ Σ Λ

δ. Ο λόγος των εμβαδών δύο όμοιων πολυγώνων ισούται με το τετράγωνο του λόγου ομοιότητάς τους. Σ Λ

ε. Σε ένα κανονικό ν-γωνο η γωνία του $\varphi_n = 180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$ Σ Λ

στ. Το εμβαδόν ενός κυκλικού τομέος μ° σε κύκλο (Ο, R) ισούται με $(O\bar{A}B) = \frac{\pi R \mu}{360}$ Σ Λ

(Μονάδες 9)

Γ. Να συμπληρώσετε τακανά στις παρακάτω προτάσεις ή τύπους

1. Αν δύο χορδές ΑΒ, ΓΔ ενός κύκλου ή οι προεκτάσεις τους τέμνονται σε σημείο Ρ, τότε ισχύει =

2. Η δύναμη σημείου Ρ ως προς κύκλο (Ο, R) δίνεται από τον τύπο $\Delta_{(O,R)}^P = \dots\dots\dots$

2. Η διάμεσος τριγώνου χωρίζει το τρίγωνο σε δύο τρίγωνα.

(Μονάδες 6)

Θέμα 2ο

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $\beta = 8 \text{ cm}$, $\gamma = 6 \text{ cm}$ και $AM = \mu_\alpha = \frac{\sqrt{119}}{2} \text{ cm}$

α) Να δείξετε ότι $B\Gamma = 9 \text{ cm}$

(Μονάδες 13)

β) Αν ΔΜ η προβολή της διαμέσου ΑΜ στην πλευρά ΒΓ, τότε να δείξετε ότι $\Delta M = \frac{14}{9} \text{ cm}$

(Μονάδες 12)

Θέμα 3ο

Ένα τρίγωνο ΑΒΓ έχει πλευρές $a = 5 \text{ cm}$, $\beta = 4 \text{ cm}$, $\gamma = 3 \text{ cm}$ και ένα ύψος το ΑΔ.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο και ότι $\Delta B = \frac{9}{5} \text{ cm}$ και $\Delta \Gamma = \frac{16}{5} \text{ cm}$.

(Μονάδες 12)

β) Έστω O, K, Λ είναι τα μέσα των $B\Gamma, AB, A\Gamma$ αντιστοίχως. Εξωτερικά του τριγώνου $AB\Gamma$ να σχεδιάσετε τα ημικύκλια $(O,OB), (K,KA), (\Lambda,\Lambda\Gamma)$ και να αποδείξετε ότι $(O\hat{B}\Gamma) = (K\hat{A}B) + (\Lambda\hat{A}\Gamma)$

(Μονάδες 13)

Θέμα 4ο

A. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και η διχοτόμος του AE . Να αποδείξετε ότι :

$$\frac{(ABE)}{(AGE)} = \frac{AB}{A\Gamma} \text{ και } \frac{(ABE)}{(AGE)} = \frac{EB}{E\Gamma}$$

(Μονάδες 8)

B. α) Από σημείο A εκτός κύκλου (O,R) να φέρετε μία τέμνουσα $AB\Delta$ και ένα εφαπτόμενο τμήμα $A\Gamma$. Αν η διχοτόμος της γωνίας \hat{A} τέμνει τις $B\Gamma$ και $\Delta\Gamma$ στα σημεία E και Z αντιστοίχως, τότε να αποδείξετε ότι $EB \cdot Z\Delta = E\Gamma \cdot Z\Gamma$

(Μονάδες 9)

β) Αν το τόξο $\overset{\frown}{B\Delta}$ είναι ίσο με 120° και $B\Delta = B\Gamma$, τότε να δείξετε ότι $\Gamma E + Z\Delta = R\sqrt{3}$

(Μονάδες 8)