

Σχολικό έτος 2004-2005

ΤΑΞΗ Β'

Γραπτές προαγωγικές εξετάσεις
περιόδου ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2005 στα ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
20.05.2005

Θέμα 1ο

- A. Δίνεται το διάνυσμα $\vec{a} = (x, y)$. Να αποδείξετε ότι $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$.
- B. Αν \vec{a}, \vec{b} δύο μη μηδενικά διανύσματα δώστε τον ορισμό τού εσωτερικού γινομένου.
- Γ. Να γράψετε στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.
- α) $\vec{a} \perp \vec{b}$ τότε $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$
- β) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{0}$ ή $\vec{b} = \vec{0}$
- γ) $\vec{a} \perp \vec{b}$ τότε $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$

(Μονάδες 8+8+9)

Θέμα 2ο

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + y^2 - 4x \eta \mu \theta - 6 \gamma \sigma \nu \theta + 4 \eta \mu^2 \theta = 0$ με $\theta \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$. Να

αποδειχθεί ότι :

- α) Η παραπάνω εξίσωση παριστάνει κύκλο (C) του οποίου να βρεθεί το κέντρο και η ακτίνα.
- β) Ότι ο κύκλος (C) εφάπτεται στην ευθεία $y = 0$
- γ) Τα κέντρα των παραπάνω κύκλων ανήκουν σε μία έλλειψη, της οποίας να βρεθούν τα μήκη των αξόνων, οι εστίες και η εκκεντρότητα.

(Μονάδες 8+8+9)

Θέμα 3ο

Δίνεται ακέραιος a για τον οποίο ισχύει $3|(2a-7)$ και $3|(a-5)$ με $a \neq 0$.

Να αποδείξετε ότι :

- α) $3|(a-2)$
- β) το τετράγωνο του a είναι της μορφής $3\lambda+1$ με $\lambda \in \mathbb{Z}$

(Μονάδες 13+12)

Θέμα 4ο

Έστω οι ευθείες $(\epsilon_1): y = 2x$ και $(\epsilon_2): y = x$ με $\gamma > 0$ και η $(\epsilon) \perp (\epsilon_2)$ που τέμνει την (ϵ_1) στο B και την (ϵ_2) στο A έτσι ώστε $(AB) = \sqrt{2}$. Να βρεθεί :

- 1) η εξίσωση της ευθείας (ϵ)
- 2) το εμβαδόν του τριγώνου OAB
- 3) η εξίσωση του κύκλου που διέρχεται από τα σημεία O, A, B .

