

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Θέμα 1

- α) Τι ονομάζουμε εσωτερικό γινόμενο δυο διανυσμάτων $\vec{a}, \vec{\beta}$
 β) Δίνονται τα σημεία $A(x_1, \psi_1)$, $B(x_2, \psi_2)$ και $M(x, \psi)$ το μέσο του AB .

Να δειχθεί ότι $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$, $\psi = \frac{\psi_1 + \psi_2}{2}$

Θέμα 2

Ενός τριγώνου $AB\Gamma$ δίνονται οι συντεταγμένες των κορυφών του $A(2, -4)$, $B(6, -1)$, $\Gamma(3, 3)$

- α) να δειχθεί ότι το $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο στο B και ισοσκελές.
 β) αν $M(x, \psi)$ σημείο ώστε να ισχύει $MA^2 + MB^2 = 2MG^2$ να δείξετε ότι το σημείο M κινείται στην ευθεία $-4x + 22\psi + 21 = 0$

Θέμα 3

Δίνεται ο κύκλος $C_1 : x^2 + \psi^2 - 6x + 1 = 0$ και η παραβολή $C_2 : \psi^2 = 4x$.

- α) να βρεθεί το κέντρο K και η ακτίνα ρ του κύκλου C_1
 β) να βρεθούν τα κοινά σημεία A, B του κύκλου και της παραβολής
 γ) να βρεθούν οι εξισώσεις των εφαπτομένων ϵ_1, ϵ_2 της παραβολής στα σημεία της A, B
 δ) να δείξετε ότι οι ευθείες ϵ_1, ϵ_2 εφάπτονται στον κύκλο.

Θέμα 4

Οι ακέραιοι αριθμοί a, β διαιρούμενοι με το 3 αφήνουν υπόλοιπο 1.

- α) να δείξετε ότι ο αριθμός $a^2 + \beta^2 - 2006$ παίρνει τη μορφή 3ρ όπου $\rho \in \mathbf{Z}$
 β) να βρεθεί το υπόλοιπο της διαίρεσης του αριθμού $7a + 6\beta$ όταν διαιρείτε με το 3.