

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

## Θέμα 1

Α. Αν  $\alpha, \beta, \gamma$ , ακέραιοι με  $\alpha \neq 0$  να δείξετε ότι : αν  $\alpha/\beta$  και  $\alpha/\gamma$  τότε ο  $\alpha/(\beta+\gamma)$  (

Μονάδες 10 )

Β. Έστω δυο σημεία  $E$  και  $E'$  ενός επιπέδου .Τι ονομάζεται υπερβολή με εστίες τα

σημεία  $E$  και  $E'$  (

Μονάδες 5 )

Γ. να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν ,γράφοντας στο τετράδιο σας

την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση

α. Αν  $\vec{a}, \vec{\beta}$  δυο μη μηδενικά διανύσματα του επιπέδου τότε ισχύει:

$$\vec{a} \cdot \text{προβ}_{\vec{a}} \vec{\beta} = \vec{\beta} \cdot \text{προβ}_{\vec{\beta}} \vec{a}$$

β. Η εκκεντρότητα ισοσκελούς υπερβολής είναι  $\varepsilon = \sqrt{2}$

γ. Αν  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{\psi^2}{b^2} = 1$  έλλειψη τότε ισχύει  $-\beta \leq x \leq \beta$

δ. Η ευθεία με εξίσωση  $\varepsilon: 2x+3\psi=1$  είναι η εφαπτομένη του κύκλου  $C: x^2+\psi^2=1$

που διέρχεται από το σημείο  $A(2,3)$

ε. Το υπόλοιπο της αλγοριθμικής διαίρεσης του 2005 με το -3 είναι το 4 ( Μονάδες 10 )

## Θέμα 2

Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{a} = (1,2)$  και  $\vec{\beta} = (3,1)$

α. να βρείτε την γωνία  $\theta$  των διανυσμάτων  $\vec{a}, \vec{\beta}$  ( Μονάδες 8 )

β. να βρείτε το  $\lambda$  ώστε το διάνυσμα  $\vec{\gamma} = (\lambda^2 - \lambda, -1)$  να είναι κάθετο στο  $\vec{a}$  ( Μονάδες 7 )

γ. αν  $\vec{\delta} = 2\vec{a} - \vec{\beta}$  να βρείτε την  $\text{προβ}_{\vec{a}} \vec{\delta}$  ( Μονάδες 10 )

## Θέμα 3

Έστω η εξίσωση  $\varepsilon: (2\lambda+1)x - (2+\lambda)\psi + 1 - \lambda = 0$  με  $\lambda \in \mathbb{R}$

α. να δείξετε ότι παριστάνει ευθεία για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$  ( Μονάδες 10 )

β. να βρείτε την τιμή του λ ώστε η απόσταση του σημείου Β(2,1) από την ευθεία ε να είναι 1. ( Μονάδες 15 )

Θέμα 4

Δίνεται η έλλειψη C :  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  με εστίες E(γ,0) και E'(-γ,0)

α. Αν α,γ περιττοί φυσικοί να δείξετε ότι ο  $8/\beta^2$  ( $\beta^2 = \text{πολ}8$ ) ( Μονάδες 10 )

β. Για α=5 και β=4 ( η έλλειψη γίνεται  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$  )

1. Αν Μ σημείο της έλλειψης να βρείτε την περίμετρο του τριγώνου ΜΕΕ' ( Μονάδες 7 )

2. Να προσδιορίσετε το σημείο Ν της έλλειψης ώστε (ΝΕΕ')=12 ( Μονάδες 8 )

