

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 13-ΙΟΥΝΙΟΥ-2005**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ-
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**

ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Θέμα 1^ο.

Α. Έστω $\vec{\alpha} = (\chi_1, \psi_1)$ και $\vec{\beta} = (\chi_2, \psi_2)$ δύο μη μηδενικά διανύσματα του επιπέδου $O\chi\psi$, και θ η γωνία τους.

Να αποδείξετε ότι : $\text{συν}\theta = \frac{\chi_1 \cdot \chi_2 + \psi_1 \cdot \psi_2}{\sqrt{\chi_1^2 + \psi_1^2} \cdot \sqrt{\chi_2^2 + \psi_2^2}}$

Μονάδες 10

Β. Έστω δύο σημεία E και E' ενός επιπέδου. Τι ονομάζεται υπερβολή με εστίες E και E' στο επίπεδο αυτό.

Μονάδες 5

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας τη λέξη *Σωστό* ή *Λάθος* δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α) Η ευθεία $A\chi + B\psi + \Gamma = 0$ είναι κάθετη στο διάνυσμα $\vec{\eta} = (A, -B)$

Μονάδες 2

β) Για τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ ισχύει η ισοδυναμία

$$\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 0$$

Μονάδες 2

γ) Η παραβολή $C: \chi^2 = 5\psi$ έχει άξονα συμμετρίας τον ψ' .

Μονάδες 2

δ) Οι ελλείψεις με τις ίδιες εστίες λέγονται όμοιες.

Μονάδες 2

ε) Έστω α, β θετικοί ακέραιοι , αν $\alpha \cdot \beta =$ περιττός τότε
 $\alpha + \beta =$ άρτιος

Μονάδες 2



Θέμα 2^ο.

Δίνεται η γραμμή με εξίσωση:

$$(2\lambda-4)\chi-(\lambda+2)\psi+5\lambda+2=0 \quad (1)$$

A. Να αποδείξετε ότι για κάθε $\lambda \in \mathbf{R}$ η εξίσωση (1) είναι εξίσωση ευθείας.

Μονάδες 12

B. ι) Να αποδείξετε ότι για κάθε $\lambda \in \mathbf{R}$ η ευθεία με εξίσωση την (1) διέρχεται από σταθερό σημείο .

ιι) Να βρείτε την απόσταση του σταθερού σημείου του ερωτήματος (ι) από την ευθεία με εξίσωση $4\chi+3\psi=4$

Μονάδες 13

Θέμα 3^ο.

Δίνεται η έλλειψη με εξίσωση $C: 3\chi^2+4\psi^2=12$ και η εξίσωση

$$C_1: \chi^2+\psi^2-2\chi+2\psi=\alpha-$$

2005

A. Για ποιες τιμές του α η C_1 παριστάνει κύκλο .

Μονάδες 7

B. Για ποια τιμή του α ο κύκλος C_1 διέρχεται από την εστία της έλλειψης με αρνητική τετμημένη.

Μονάδες 8

Γ. Να βρείτε την τιμή του α ώστε η εφαπτομένη της έλλειψης με εξίσωση C στο σημείο $(1, \frac{3}{2})$ να εφάπτεται του κύκλου με εξίσωση C_1 .

Μονάδες 10



Θέμα 4ο

Α. Να βρεθεί η εξίσωση της υπερβολής με κάθετες ασύμπτωτες, εστίες στον άξονα $\psi\psi'$ και της οποίας η εφαπτομένη σ' ένα σημείο με τεταγμένη 3 είναι παράλληλη στην ευθεία $6\psi + 2\chi = 7$

Μονάδες 12

Β. Αν a_1, a_2 με $a_2 < a_1$ είναι οι μικρότερες τιμές του ακεραίου a που όταν διαιρείται με το 4 δίνει πηλίκο ίσο με το υπόλοιπο, να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου που ορίζεται από το σημείο $A(a_1, a_2)$ και τις εστίες της υπερβολής του ερωτήματος Α.

Μονάδες 13

