

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Θέμα 1

Α. Να αποδειχθούν οι ιδιότητες :

1. Αν a/β και β/γ , τότε a/γ (

Μονάδες 8)

2. Αν a/β και a/γ , τότε $a/(\beta+\gamma)$ (

Μονάδες 7)

όπου a, β, γ ακέραιοι αριθμοί

Β. Ν χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας

τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση

α) Η εκκεντρότητα της υπερβολής $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ είναι πάντα μεγαλύτερη του 1β) Η ευθεία $Ax + By + \Gamma = 0$ είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{d} = (A, B)$ γ) Αν $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{b}$ τότε $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ και αντίστροφως , όπου $\vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0}$ δ) Αν $\vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0}$ και θ η γωνία τους , τότε $\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$ ε) Η εφαπτομένη της παραβολής $\psi^2 = 2\rho x$ στο σημείο της $M(x_1, \psi_1)$ είναι $\psi_1 = \rho(x + x_1)$ (

Μονάδες 10)

Θέμα 2

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = (1, 1)$, $\vec{b} = (0, 2)$ και $\vec{\gamma} = (-2, -2)$.Αν ισχύει $\vec{\gamma} = \kappa \cdot \vec{a} + \lambda \vec{b}$, να βρεθούν τα κ, λ (

Μονάδες 25)

Θέμα 3

Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από το σημείο τομής των ευθειών

 $2x - 5y + 3 = 0$ και $x - 3y - 7 = 0$ και είναι κάθετη στην ευθεία $4x + y = 1$ (

Μονάδες 25)

Θέμα 4

Δίνεται η εξίσωση C: $x^2 + y^2 - 2\lambda x + \lambda^2 - 9 = 0$ α) να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση παριστάνει κύκλο για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ (

Μονάδες 10)

β) για $\lambda = 2$

1. Να βρεθούν το κέντρο και η ακτίνα του κύκλου (C)
(Μονάδες 7)
2. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης του (C) στο σημείο του $M(4, \sqrt{5})$
(Μονάδες 8)

