

Σχολικό έτος 2004-2005

4<sup>ο</sup> Ενιαίο Λύκειο Λαμίας

## ΤΑΞΗ Β'

Γραπτές προαγωγικές εξετάσεις

περιόδου ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2005 στα ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

20.05.2005

Θέμα 1<sup>ο</sup>

A. Αν  $(x_1, \psi_1)$  και  $(x_2, \psi_2)$  οι συντεταγμένες των άκρων A, B ευθυγράμμου τμήματος AB και

$(x, \psi)$  οι συντεταγμένες του μέσου M, δείξτε ότι :

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad \psi = \frac{\psi_1 + \psi_2}{2}$$

( Μονάδες 13 )

B. Επιλέξτε σωστό ή λάθος στις παρακάτω ερωτήσεις :

α) Αν μία έλλειψη και μία υπερβολή έχουν τις ίδιες εστίες, τότε έχουν την ίδια εκκεντρότητα  $\Sigma$    $\Lambda$

( Μονάδες 6 )

β) Η εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου  $x^2 + \psi^2 = 4$  στο σημείο  $A(\sqrt{2}, \sqrt{2})$  είναι

$$\sqrt{2}x + \sqrt{2}\psi = 4 \quad \Sigma \quad \text{input type="checkbox"} \quad \Lambda \quad \text{input type="checkbox"}$$

( Μονάδες 6 )

## Θέμα 2

Δίνονται οι αριθμοί  $\alpha = \kappa - 3$  και  $\beta = 3\kappa + 2$ , όπου  $\kappa$  ακέραιος. Να αποδείξετε ότι :

α) Αν ο  $\alpha$  είναι άρτιος, τότε ο  $\beta$  είναι περιττός

( Μονάδες 13 )

β) Ο αριθμός  $2\alpha + \beta + 4$  είναι πολλαπλάσιο του 5

( Μονάδες 12 )

## Θέμα 3

Έστω  $\vec{u}, \vec{v}$  διανύσματα με  $|\vec{u}| = 2, |\vec{v}| = 1$ .

α) Αν τα διανύσματα  $\vec{a} = \vec{u} + 2\vec{v}, \vec{b} = 3\vec{u} - 5\vec{v}$  είναι κάθετα, να βρείτε την γωνία των  $\vec{u}, \vec{v}$ .

( Μονάδες 12 )

β) Αν επιπλέον  $\vec{v} = (1, 0)$ , να βρεθούν οι συντεταγμένες του  $\vec{u}$ .

( Μονάδες 13 )

## Θέμα 4

Δίνεται η εξίσωση  $x^2 + \psi^2 = 2\lambda(2x - \psi)$ , (1),  $\lambda \neq 0$ .

α) Να αποδείξετε ότι η (1) παριστάνει κύκλο που διέρχεται από την αρχή των αξόνων, για

κάθε πραγματικό  $\lambda \neq 0$ , του οποίου να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα.

( Μονάδες 5 )

β) Να αποδείξετε ότι κάθε κύκλος που ορίζεται από την (1) εφάπτεται στην ευθεία

(ε):  $\psi = 2x$

( Μονάδες 7 )

γ) Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο των κέντρων των κύκλων που ορίζονται από την (1).

( Μονάδες 6 )

δ) Να εξηγήσετε γιατί η  $\psi = 2x$  είναι μοναδική κοινή εφαπτομένη των κύκλων που ορίζει η (1).

( Μονάδες 7 )

