

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Θέμα 1

A. Να δείξετε ότι ο κύκλος με κέντρο $O(0,0)$ και ακτίνα ρ έχει εξίσωση

$$x^2 + y^2 = \rho^2 \quad ($$

Μονάδες 15)

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιο τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Αν $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{b}$ τότε $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$

β. Η ευθεία με εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{d} = (B, -A)$

γ. Η απόσταση των σημείων

$$A(x_1, \psi_1), B(x_2, \psi_2) \text{ είναι ίση } (AB) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (\psi_1 + \psi_2)^2}$$

δ. Η παραβολή με εξίσωση $x^2 = 2\rho y$ έχει την εστία της πάνω στο $x'x$

ε. Η εξίσωση $x^2 + y^2 + \lambda^2 = 0$ όπου λ πραγματικός αριθμός είναι εξίσωση κύκλου

(

Μονάδες 10)

Θέμα 2

Δίνονται τα σημεία $A(-2,3)$, $B(0,8)$, $\Gamma(5,3)$ και $\Delta(10,5)$. Να υπολογίσετε:

α) Το εσωτερικό γινόμενο $\overline{AB} \cdot \overline{\Gamma\Delta}$

(

Μονάδες 8)

β) Το εσωτερικό γινόμενο $(\overline{A\Gamma} + \overline{B\Delta}) \cdot (\overline{A\Delta} - \overline{B\Gamma})$

(

Μονάδες 8)

γ) Τη γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα $\overline{AB} + \overline{\Gamma\Delta}$ με τον άξονα $x'x$

(

Μονάδες 8)

Θέμα 3

A. Αν a, β δυο περιττοί ακέραιοι αριθμοί δείξτε ότι το $a^2 + \beta^2$ είναι πολλαπλάσιο του 2

(

Μονάδες 10)

B. Αν a, β, γ διαδοχικοί περιττοί ακέραιοι να βρεθεί το υπόλοιπο της διαίρεσης του $a^2 + \beta^2 + \gamma^2$ με το 12

(

Μονάδες 15)

Θέμα 4

Δίνονται τα σημεία $A(0,0)$, $B(6,0)$ και $\Gamma(4,3)$

α) Να βρεθεί η εξίσωση της διαμέσου του τριγώνου $AB\Gamma$ από την κορυφή Γ

Μονάδες 8)

- β) Η απόσταση της κορυφής A από την πλευρά $B\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$ (Μονάδες 8)
- γ) Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου που περνά από τα σημεία A, B, Γ (Μονάδες 9)

