

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Θέμα 1

1. i. Αν $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ δύο σημεία του καρτεσιανού επιπέδου να αποδείξετε ότι οι

συντεταγμένες του μέσου M του AB είναι $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$ και $y = \frac{y_1 + y_2}{2}$
(Μονάδες 5)

ii. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις με τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

1. Αν $\vec{a} // \vec{b} \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2$

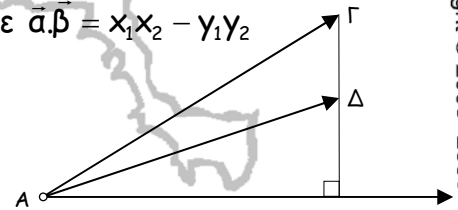
2. Αν $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = 1$

3. Το εσωτερικό γινόμενο ισούται με $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \eta\mu\phi$, όπου ϕ η γωνία των δύο διανυσμάτων.

4. Αν $\vec{a} = (x_1, y_1)$ και $\vec{b} = (x_2, y_2)$ τότε $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 - y_1 y_2$

5. Στο διπλανό σχήμα ισχύει η ισότητα

$$\vec{AB} \cdot \vec{A\Gamma} = \vec{AB} \cdot \vec{A\Delta}$$



6. Η ευθεία με εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{d} = (B, -A)$

7. Ο κύκλος με εξίσωση $(x+x_0)^2 + (y+y_0)^2 = \rho^2$ έχει κέντρο το σημείο $K(x_0, y_0)$

8. Η εφαπτομένη της παραβολής $x^2 = 2py$ στο σημείο $M(x_1, y_1)$ είναι $yy_1 = p(x+x_1)$

9. Η εκκεντρότητα της έλλειψης $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ είναι $\epsilon = \frac{y}{a} > 1$

10. Η εκκεντρότητα της υπερβολής $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ είναι $\epsilon = \frac{y}{a} > 1$

(Μονάδες 20)

Θέμα 2

Δίνεται η παραβολή $y^2 = 4x$

α) Να βρείτε την εστία και τη διευθετούσα της παραβολής.

(Μονάδες 10)

- β) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της παραβολής που είναι παράλληλη στην ευθεία $y = x-1$

(Μονάδες 15)

Θέμα 3

Δίνεται κύκλος C με εξίσωση $(x-3)^2+(y-2)^2 = 9$ και κέντρο K .

- α) Να βρείτε το K και την ρ

(Μονάδες 8)

- β) Να αποδείξετε ότι η ευθεία $3x+4y-2 = 0$ εφάπτεται του κύκλου C

(Μονάδες 8)

- γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που εφάπτεται στον κύκλο στο σημείο του $M(3,5)$

(Μονάδες 9)

Θέμα 4

Δίνονται οι αριθμοί $a = 2k+2$ και $\beta = 6k+7$, όπου k ακέραιος αριθμός. Να αποδείξετε ότι :

- α) Οι αριθμοί $3a$ και β έχουν κοινό θετικό διαιρέτη μόνο τον $\delta = 1$.

(Μονάδες 9)

- β) Το υπόλοιπο της διαίρεσης του αριθμού $(2\beta-a)$ με το 10 είναι το 2

(Μονάδες 8)

- γ) Αν ο αριθμός k είναι πολλαπλάσιο του 7, τότε και ο αριθμός $(a+\beta-2)$ είναι πολλαπλάσιο

του 7

(Μονάδες 8)