

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β ΤΑΞΗΣ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**,
ΘΕΤΙΚΗΣ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Έστω α, β, γ ακέραιοι αριθμοί. Να δείξετε ότι ισχύουν οι επόμενες ιδιότητες:

- α.** Αν $\alpha | \beta$, τότε $\alpha | \lambda \beta$ για κάθε ακέραιο λ . Mov 7
- β.** Αν $\alpha | \beta$ και $\alpha | \gamma$, τότε $\alpha | (\beta + \gamma)$. Mov 6

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας το γράμμα "Σ" αν η πρόταση είναι σωστή και "Λ" αν η πρόταση είναι λάθος, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Αν $\vec{\alpha} = (x, y)$, τότε $|\vec{\alpha}| = \sqrt{x^2 + y^2}$ Mov

β. Αν $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ είναι δύο διανύσματα, με $\vec{\beta} \neq \vec{0}$, τότε $\vec{\alpha} \parallel \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta}, \lambda \in \mathbb{R}$ Mov 2

γ. Η εφαπτομένη του κύκλου $x^2 + y^2 = \rho^2$ στο σημείο του $A(x_1, y_1)$ έχει εξίσωση: $xx_1 + yy_1 = \rho^2$ Mov 2

δ. Η εξίσωση της έλλειψης C με εστίες τα σημεία $E'(-\gamma, 0), E(\gamma, 0)$ και σταθερό άθροισμα $2a$ είναι $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, όπου $b = \sqrt{a^2 - \gamma^2}$ Mov 2

ε. Έστω α, β ακέραιοι. Ισχύει: Αν $\alpha | \beta$ και $\beta | \alpha$, τότε $\alpha = \beta$ ή $\alpha = -\beta$ Mov 2

στ. Ο ακέραιος a με μορφή $a = 2k - 1, k \in \mathbb{Z}$ είναι περιττός. Mov 2.

ΘΕΜΑ 2^ο

Για τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{u}$, δίνεται ότι $|\vec{\alpha}| = 2, |\vec{\beta}| = 5, \vec{u} = 5\vec{\alpha} - 4\vec{\beta}$

και $\text{συν}(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = -\frac{1}{2}$.

α. Να δείξετε ότι $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = -5$ Mov 10

β. Να βρείτε το $5\vec{\alpha} \cdot (5\vec{\alpha} - 4\vec{\beta})$ Mov 10

γ. Να δείξετε ότι $|\vec{u}| = 10\sqrt{7}$ Mov 5

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται ο αριθμός $A = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$ με $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{Z}$

A. 1. Να συμπληρώσετε (στην κόλλα σας) την πρόταση που ακολουθεί:

Αν χ ακέραιος με $\chi = \text{πολ}3$ τότε και μόνο τότε υπάρχει

$k \in \mathbb{Z}$, τέτοιος, ώστε $\chi = \dots$

Μον 5

2. Αποδείξτε ότι:

Αν ένας ακέραιος n δεν είναι πολ3, τότε $n^2 - 1 = \text{πολ}3$. Μον 10

B. Αν α δεν είναι πολ3, β δεν είναι πολ3 και γ δεν είναι πολ3,

να δείξετε ότι ο αριθμός $A = \text{πολ}3$.

Μον 10

ΘΕΜΑ 4^ο

Θεωρούμε τον κύκλο $C: (x-1)^2 + y^2 = 5$, κέντρου $K(x_0, y_0)$ και την ευθεία

$\epsilon_1: x - 2y - 6 = 0$.

A. 1. Ποιές είναι οι συντεταγμένες του σημείου K ;

Μον 4

2. Πόση είναι η ακτίνα του κύκλου C ;

Μον 3

3. Αποδείξτε ότι η ευθεία ϵ_1 εφάπτεται του κύκλου C .

Μον 6

B. Είναι A, B δύο σημεία της ευθείας ϵ_1 με $AB = 10\mu$.

1. Υπολογίστε το εμβαδόν του τριγώνου KAB

Μον 4

2. Για τη θέση των σημείων A, B της ευθείας ϵ_1 ,

που η παράσταση: $|\overline{AB} \cdot (\overline{KA} + \overline{KB})|$ γίνεται ελάχιστη,

βρείτε την περίμετρο του τριγώνου KAB .

Μον 8

-Απαντάτε σ'όλα τα θέματα.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ