

---

## Θέμα 1<sup>ο</sup>

- A. Να δείξετε ότι σε ένα ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων  $Ox\psi$ , η εξίσωση του κύκλου  $C$ , με κέντρο  $K(\chi_0, \psi_0)$  και ακτίνας  $\rho$ , είναι  
 $(\chi - \chi_0)^2 + (\psi - \psi_0)^2 = \rho^2$  (μονάδες 10)
- B. Να συμπληρώσετε την πρόταση  
Η εξίσωση της έλλειψης  $C$  με εστίες  $E'(-\gamma, 0)$ ,  $E(\gamma, 0)$  και σταθερό άθροισμα  $2.a$  είναι η ..... όπου  $\beta = \dots\dots\dots$  (μονάδες 5)
- C. Να χαρακτηρίσετε τις πιο κάτω προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη **Σωστό ή Λάθος** δίπλα στο γράμμα που ακολουθεί σε κάθε πρόταση (μονάδες 10)

1. Αν  $\vec{\alpha} = (\chi, \psi)$  τότε  $|\vec{\alpha}| = \sqrt{\chi^2 + \psi^2}$

2. Έστω  $\alpha, \beta, \gamma$  ακέραιοι. Αν  $\alpha|\beta$  και  $\alpha|\gamma$  τότε  $\alpha|(\beta + \gamma)$

3. Αν  $A(\chi_1, \psi_1)$  και  $B(\chi_2, \psi_2)$  με  $\chi_1 \neq \chi_2$  τότε ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας  $AB$  είναι ο  $\lambda = \frac{\psi_2 - \psi_1}{\chi_1 - \chi_2}$

4. Αν  $\vec{\alpha} \uparrow\uparrow \vec{\beta}$  τότε  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$

5 Η απόσταση ενός σημείου  $M(\chi_0, \psi_0)$  του επιπέδου από την ευθεία (ε)  
 $A\chi + B\psi + \Gamma = 0$  δίνεται από τον τύπο

$$d(M_0, \varepsilon) = \frac{|A\chi_0 + B\psi_0 + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

## Θέμα 2

Δίνονται τα σημεία  $A(1,1)$ ,  $B(4,-3)$  και  $\Gamma(-3,4)$

A) Βρείτε

ι) τις συντεταγμένες των διανυσμάτων  $\vec{AB}$ ,  $\vec{A\Gamma}$

(μονάδες 5)

ii)  $|\vec{AB}|$

(μονάδες 5)

B) Βρείτε το εσωτερικό γινόμενο  $\vec{AB} \cdot \vec{A\Gamma}$

(μονάδες 7)

Γ) Αν  $\vec{\gamma} = (\lambda, \lambda+2)$  βρείτε το  $\lambda$  έτσι ώστε  $\vec{\gamma} \parallel \vec{AB}$

(μονάδες 8)

## Θέμα 3<sup>ο</sup>

Δίνονται τα σημεία  $A(2,3)$ ,  $B(4,5)$ ,  $\Gamma(\mu+\kappa+1, \mu+\kappa+3)$

α) βρείτε την εξίσωση της  $AB$

(μονάδες 5)

β) Δείξτε ότι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων  $\Gamma$  είναι η ευθεία

(ε):  $\psi = \chi + 2$

(μονάδες 7)

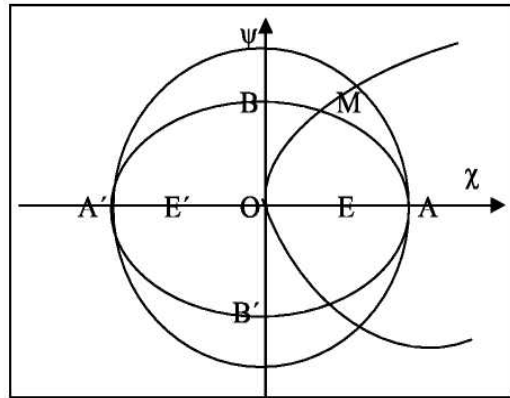
γ) Βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο  $A$  και είναι κάθετη στην (ε)

(μονάδες 7)

δ) Βρείτε το πλησιέστερο σημείο της (ε) στο  $A$

(μονάδες 6)

## Θέμα 4.



Δίνεται ο κύκλος  $C_1: x^2 + y^2 = 5$  που τέμνει τον  $\chi\chi'$  στα σημεία  $A, A'$  και τα σημεία  $B(0,2), B'(0,-2)$

- a) Βρείτε τις συντεταγμένες των εστιών  $E, E'$  της έλλειψης με κορυφές τα σημεία  $A, A', B, B'$

(μονάδες 5)

- b) Βρείτε την εξίσωση  $C_2$  της παραβολής που έχει εστία  $E$  την εστία της έλλειψης που βρίσκεται στον άξονα  $Ox$  και κορυφή το  $O$ .

(μονάδες 5)

- c) Αν  $M$  το σημείο του πρώτου τεταρτημορίου στο οποίο η παραβολή  $C_2$  τέμνει τον κύκλο  $C_1$ , βρείτε τις εξισώσεις  $\epsilon_1, \epsilon_2$  των εφαπτομένων της παραβολής και του κύκλου στο  $M$  αντίστοιχα

(μονάδες 8)

- d) Βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου που ορίζεται από το  $M$  και από τα σημεία που οι εφαπτόμενες  $\epsilon_1, \epsilon_2$  τέμνουν τον  $\chi\chi'$

(μονάδες 7)