

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Θέμα 1

A. Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη του κύκλου $x^2+y^2=r^2$ σε ένα σημείο του A (x_1,y_1),

έχει εξίσωση $xx_1+yy_1=r^2$ (

Μονάδες 15)

B1. Να γράψετε συμπληρωμένο τον παρακάτω πίνακα ώστε στη πρώτη στήλη να εμφανίζονται οι εξισώσεις που παριστάνουν κύκλους ,στη δεύτερη τα κέντρα των κύκλων και στη τρίτη οι ακτίνες τους

Εξίσωση κύκλου	Κέντρο	Ακτίνα
$(x-1)^2+(y-3)^2=9$		
	$(-3,3)$	1
$x^2+(y+2)^2=2$		

Μονάδες 6)

B2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας την ένδειξη Σωστό ή

Λάθος δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση

1. Ο κύκλος $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ διέρχεται από την αρχή των αξόνων όταν $a=b=0$
2. Ο κύκλος $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ έχει το κέντρο του στον άξονα $x'x$ όταν $a=0$

Μονάδες 4)

Θέμα 2

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a}, \vec{b}, \vec{\gamma}$ με $\vec{a} = (2,1)$, $\vec{b} = (-5,0)$, $\vec{\gamma} = \vec{b} + x\vec{a}$, $x \in \mathbb{R}$

α) να βρείτε για κάθε τιμή του x τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{\gamma}$ (Μονάδες 7)

β) αν τα διανύσματα \vec{a} και $\vec{\gamma}$ είναι κάθετα να αποδείξετε ότι $x=2$ (Μονάδες 10)

γ) για $x=2$,να βρείτε το μέτρο του $\vec{\gamma}$ και το συνημίτονο της γωνίας των $\vec{b}, \vec{\gamma}$ (

Μονάδες 8)

Θέμα 3

Έστω a ακέραιος αριθμός ώστε : το ηλίκο της διαίρεσης του a με το 7 είναι διπλάσιο του υπολοίπου της διαίρεσης αυτής .Να δείξετε ότι :

- α) ο 15 διαιρεί τον ακέραιο a (Μονάδες 9)
- β) $0 \leq a \leq 105$ (Μονάδες 9)
- γ) αν για ακέραιο β ο 15 διαιρεί τον $10-\beta$ τότε ο 15 διαιρεί και τον $a+3\beta$ (Μονάδες 7)

Θέμα 4

Δίνεται η παραβολή $C : \psi^2=4\chi$ με εστία E και ευθεία ζ κάθετη στον άξονα $\chi' \chi$ που διέρχεται από το E . Έστω B, Γ τα κοινά σημεία της παραβολής και της ευθείας και ϵ_1, ϵ_2 οι εφαπτόμενες της παραβολής στα σημεία B και Γ αντίστοιχα.

- α) να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων B και Γ (Μονάδες 7)
- β) να γράψετε τις εξισώσεις των εφαπτομένων ϵ_1, ϵ_2 (Μονάδες 6)
- γ) να αποδείξετε ότι το κοινό σημείο των ευθειών ϵ_1, ϵ_2 ανήκει στον άξονα $\chi' \chi$ και στη διευθετούσα της παραβολής (Μονάδες 6)
- δ) αν A το κοινό σημείο των ϵ_1, ϵ_2 να δείξετε ότι ο άξονας $\chi' \chi$ διχοτομεί την γωνία \widehat{BAG} (Μονάδες 6)