

ΣΧΟΛ. ΕΤΟΣ 2004-2005

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ

ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2005 ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ ΤΑΞΗ Β'

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ 1:

Α. Να αποδείξετε ότι : το συνημίτονο της γωνίας θ των μη μηδενικών διανυσμάτων

$$\vec{\alpha} = (\chi_1, \psi_1), \vec{\beta} = (\chi_2, \psi_2) \text{ δίνεται από τον τύπο } \cos\theta = \frac{\chi_1 \cdot \chi_2 + \psi_1 \cdot \psi_2}{\sqrt{\chi_1^2 + \psi_1^2} \cdot \sqrt{\chi_2^2 + \psi_2^2}} \text{ (μονάδες 10)}$$

Β. Να επιλέξετε Σ (Σωστό) ή Λ (Λάθος) ανάλογα :

α) $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$ Σ Λ

β) $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = \vec{\beta} \cdot \vec{\alpha}$ Σ Λ

γ) $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 \Leftrightarrow \lambda_1 \lambda_2 = -1$ Σ Λ (όπου λ_1, λ_2 οι συντελεστές διεύθυνσης των ευθειών $\varepsilon_1, \varepsilon_2$)

δ) Η εφαπτομένη της έλλειψης $\frac{\chi^2}{\alpha^2} + \frac{\psi^2}{\beta^2} = 1$ στο σημείο της $M(\chi_1, \psi_1)$ έχει εξίσωση

$$\frac{\chi \chi_1}{\alpha^2} + \frac{\psi \psi_1}{\beta^2} = 1 \quad \Sigma \quad \Lambda$$

ε) Η παραβολή $\chi^2 = 2\rho\psi$ έχει εστία $E\left(\frac{\rho}{2}, 0\right)$ Σ Λ (μονάδες $3 \times 5 = 15$)

ΘΕΜΑ 2:

Δίνονται οι ακέραιοι α και β με α άρτιο και β περιττό. Να αποδείξετε ότι :

α) ο α^2 είναι άρτιος (μονάδες 6)

β) ο β^2 είναι περιττός (μονάδες 6)

γ) ο $\alpha^2 + \beta^2$ είναι περιττός (μονάδες 6)

δ) ο $\beta^2 + \beta$ είναι άρτιος (μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 3 :

Ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει κορυφές $A(0, -1)$, $B(-1, 2)$, $\Gamma(4, 7)$. Να βρείτε :

α) την εξίσωση της $B\Gamma$ (μονάδες 5)

β) την αποσταση του A από τη $B\Gamma$ (μονάδες 6)

γ) το $\overline{AB} \cdot \overline{A\Gamma}$ (μονάδες 8)

δ) το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ (μονάδες 6)

ΘΕΜΑ 4 :

Δίνονται η εξίσωση $C: \chi^2 + \psi^2 + 4\chi - 6\psi - 3 = 0$ και το σημείο $A(-4, 4)$

α) Να αποδείξετε ότι η C παριστάνει κύκλο (μονάδες 6)

β) Να βρείτε το κέντρο K και την ακτίνα R του κύκλου (μονάδες 4)

γ) Να αποδείξετε ότι το A είναι εσωτερικό σημείο του κύκλου (μονάδες 6)

δ) Να βρείτε την εξίσωση της χορδής του κύκλου που έχει μέσο το Α(μονάδες 9)

