

ΘΕΜΑΤΑ ΓΡΑΠΤΩΝ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2004-2005
ΤΑΞΗ : Β' ΛΥΚΕΙΟΥ (ΤΕΧΝ. ΚΑΤΕΥΘ.)
ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ :
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 14-6-2005

ΘΕΜΑΤΑ**1^ο**

A. Αν $\alpha = (x_1, y_1)$ και $\beta = (x_2, y_2)$ είναι δύο μη μηδενικά διανύσματα του επιπέδου που

σχηματίζουν γωνία θ να αποδειχθεί ότι $\cos\theta = \frac{x_1x_2 + y_1y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \sqrt{x_2^2 + y_2^2}}$

Μονάδες 15

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α) Αν $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ είναι δύο σημεία του επιπέδου και $M(x, y)$ είναι το μέσο του AB τότε $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$, $y = \frac{y_1 + y_2}{2}$.

Μονάδες 2

β) Η ευθεία με εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\delta = (B, A)$

γ) Η εξίσωση $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = \rho^2$, παριστάνει κύκλο με κέντρο $(-x_0, -y_0)$ και ακτίνα ρ .

Μονάδες 2

δ) Η εξίσωση της εφαπτομένης της παραβολής $y^2 = 2\rho x$ στο σημείο της $M_1(x_1, y_1)$ είναι $yy_1 = 2\rho(x + x_1)$

Μονάδες 2

ε) Αν $\alpha, \beta \in \mathbb{Z}$ και $\beta \neq 0$ τότε υπάρχουν μοναδικοί ακέραιοι K και U τέτοιοι ώστε $\alpha = K\beta + U$, $0 \leq U < |\beta|$.

Μονάδες 2**2^ο**

Δίνονται τα σημεία $A(5, -1)$, $B(1, 1)$ και $\Gamma(2, 3)$. Να αποδειχθεί ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο

Μονάδες 25**3^ο**

α) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από το σημείο τομής των ευθειών $3x + 4y - 11 = 0$ και $2x - 3y + 21 = 0$, είναι παράλληλη στην ευθεία $3x - y + 5 = 0$ Μονάδες 18

β) να βρεθεί η απόσταση της αρχής $O(0, 0)$ των αξόνων από την ανώτερη ευρεθείσα ευθεία.

Μονάδες 7**4^ο**

Δίνεται η παραβολή $y^2 = 4x$ και η ευθεία $(\epsilon): y = x - 1$

α) Να δείξετε ότι η (ϵ) περνά από την εστία της

Μονάδες 5

β) Να βρείτε τα κοινά σημεία Α, Β της (ε) και της παραβολής.

Μονάδες 8

γ) Να δείξετε ότι οι εφαπτόμενες της παραβολής στα σημεία Α, Β είναι κάθετες. Μονάδες 12

