

ΤΑΞΗ Β'

Γραπτές προαγωγικές εξετάσεις
περιόδου ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2005 στα ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Θέμα 1ο

- A. Έστω ε η εφαπτομένη του κύκλου $C: x^2+y^2 = \rho^2$ σε ένα σημείο του $A(x_1, y_1)$. Να αποδείξετε ότι η εξίσωσή της δίνεται από τη σχέση $xx_1+yy_1 = \rho^2$ (Μονάδες 15)
- B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν με Σ (σωστό) ή Λ (λάθος).
- Αν $|\vec{a}| = |\vec{\beta}|$ και $\vec{a} // \vec{\beta}$ τότε $\vec{a} = \vec{\beta}$.
 - Αν $A \neq 0$ και $B \neq 0$ η εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει ευθεία.
 - Η εκκεντρότητα της υπερβολής είναι μεγαλύτερη του 1.
 - Αν a/β και $\beta \neq 0$ τότε $|a| \leq |\beta|$

(Μονάδες 10)

Θέμα 2ο

Δίνονται οι ακέραιοι $\alpha = 6\kappa + 5$ και $\beta = 4\kappa - 7$, όπου $\kappa \in \mathbb{Z}$

- A. Να αποδείξετε ότι ο α είναι περιττός. (Μονάδες 5)
- B. Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του $\alpha + \beta$ με το 5. (Μονάδες 10)
- Γ. Να αποδείξετε ότι το $\alpha^2 - \beta^2$ διαιρείται με το 4. (Μονάδες 10)

Θέμα 3ο

Για τα διανύσματα \vec{u} και \vec{v} ισχύουν οι σχέσεις $\vec{u} + \vec{v} = \vec{\alpha}$ και $\vec{u} - \vec{v} = \vec{\beta}$ όπου $\vec{\alpha} = (1, 1)$ και $\vec{\beta} = (1, -1)$.

- A. Να υπολογίσετε τα διανύσματα \vec{u} και \vec{v} . (Μονάδες 6)
- B. Να υπολογίσετε το $\text{συν}(\vec{u}, \vec{v})$ (Μονάδες 6)
- Γ. Να αναλύσετε το διάνυσμα $2\vec{u} - \vec{v}$ σε δύο κάθετες συνιστώσες, ώστε η μία να είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{\beta}$. (Μονάδες 13)

Θέμα 4ο

Δίνεται η υπερβολή με εξίσωση $9x^2 - 16y^2 = 144$

- A. Να υπολογιστούν οι εξισώσεις των ασύμπτωτων και να βρεθούν οι εστίες E και E' της υπερβολής.

(Μονάδες 8)

Β. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από την εστία E και είναι παράλληλη της ασύμπτωτης που έχει θετικό συντελεστή διεύθυνσης.

(Μονάδες 8)

Γ. Να βρεθεί το κοινό σημείο της ευθείας του ερωτήματος Β με την υπερβολή.

(Μονάδες 9)

