

ΘΕΜΑΤΑ ΓΡΑΠΤΩΝ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ  
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2005 ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ  
ΤΑΞΗ : Β ΛΥΚΕΙΟΥ

**ΘΕΜΑ 1<sup>0</sup>**

A) Τί ονομάζουμε εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων  $\vec{a}$  και  $\vec{\beta}$ ; Αν  $\vec{a}=(\alpha_1,\beta_1)$  και  $\vec{\beta}=(\alpha_2,\beta_2)$  να εκφράσετε (χωρίς απόδειξη) το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων  $\vec{a}$  και  $\vec{\beta}$  συναρτήσει των συντεταγμένων τους

B) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας της ένδειξη σωστό ή λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

B<sub>1</sub>). Αν  $\vec{a} \downarrow \vec{\beta}$  τότε  $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{\beta}|$

B<sub>2</sub>) Το  $(\vec{a} \cdot \vec{\beta}) \cdot \vec{\chi}$  παριστάνει διάνυσμα

B<sub>3</sub>) Οι ευθείες  $\psi=5$  και  $\psi=5\chi$  είναι παράλληλες

B<sub>4</sub>) Η εξίσωση  $(\lambda+1)\chi+(\lambda^2-1)\psi+7=0$  με  $\lambda \in \mathbb{R}$  παριστάνει πάντα ευθεία

B<sub>5</sub>) η ευθεία που έχει εξίσωση  $\psi=5$  είναι παράλληλη στη διευθετούσα της παραβολής  $\psi^2=16\chi$

**ΘΕΜΑ 2<sup>0</sup>**

A) Να αποδείξετε ότι το γινόμενο δύο περιττών ακεραίων αριθμών είναι περιττός ακεραίος αριθμός

B) Δίνονται οι αριθμοί  $\alpha=8\lambda+2$  και  $\beta=9\lambda+7$ ,  $\lambda$  ακεραίος αριθμός. Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης του αριθμού  $2\beta-\alpha$  με το 10 είναι 2

**ΘΕΜΑ 4<sup>0</sup>**

Δίνονται τα σημεία  $A(3\lambda-2, 2\lambda+1)$ ,  $B(2\lambda-3, \lambda+1)$ ,  $\Gamma(\lambda-2, 2)$   $\lambda \in \mathbb{R}$

A) Να βρεθούν οι τιμές του  $\lambda$  για τις οποίες τα A, B, Γ είναι κορυφές τριγώνου

B) Να βρεθεί το εμβαδόν του ABΓ

Γ) Εάν  $\lambda=0$  να βρεθεί εξίσωση κύκλου με κέντρο την κορυφή Γ και να εφάπτεται στην πλευρά AB

**ΘΕΜΑ 4<sup>0</sup>**

Δίνεται η υπερβολή  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{\psi^2}{\beta^2} = 1$

A) Να βρείτε τις εστίες την εκκεντρότητα και τις ασύμπτωτες της

B) Αν η εφαπτομένη  $\epsilon$  στην κορυφή  $A(\alpha, 0)$  τέμνει την ασύμπτωτη  $\psi = \frac{\beta}{\alpha}x$  στο σημείο Γ να αποδείξετε ότι  $(OE) = (OG)$  (E εστία)