

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2005  
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

**ΘΕΜΑ 1<sup>ΟΝ</sup>**

Α) Θεωρούμε τα διανύσματα  $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$  και  $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$  με συντελεστές διεύθυνσης  $\lambda_1$  και  $\lambda_2$  να αποδειχθεί η ισοδυναμία  $\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2$

Β) Να χαρακτηρισθούν οι παρακάτω προτάσεις σαν σωστό ή λάθος

1) Η εφαπτομένη της παραβολής  $C: y^2 = 2px$  είναι  $yy_1 = p(x + x_1)$

2) Η έλλειψη  $C: \frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$  έχει εκκεντρότητα  $\varepsilon = \frac{\gamma}{\alpha}$

3) Οι ασύμπτωτες της υπερβολής  $C: \frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1$  είναι  $y = \frac{\alpha}{\beta}x$  και  $y = -\frac{\alpha}{\beta}x$

**ΘΕΜΑ 2<sup>ΟΝ</sup>**

Α) Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha} = (\lambda, 1)$  και  $\vec{\beta} = (\lambda - 3, 2)$  να βρεθεί ο πραγματικός αριθμός  $\lambda$  ώστε τα διανύσματα να είναι κάθετα.

Β) Αν ο  $a$  είναι περιττός ακέραιος να αποδείξετε ότι  $a^2 = 4\lambda + 1$ ,  $\lambda \in \mathbb{Z}$

**ΘΕΜΑ 3<sup>ΟΝ</sup>**

Α) Δίνεται η εξίσωση  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 = 0$

1) Να αποδειχθεί ότι παριστάνει κύκλο και να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του

2) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης στο σημείο του  $A(1, -1)$

Β) Αν ισχύει ότι  $8\vec{PA} + 13\vec{PB} - 21\vec{PG} = \vec{0}$  να αποδειχθεί ότι τα σημεία  $A, B, \Gamma$  είναι συνευθειακά

**ΘΕΜΑ 4<sup>ΟΝ</sup>**

Δίνεται η εξίσωση της ευθείας  $\varepsilon: 2ax - (a+1)y - 3a + 1 = 0$ .

1) Να αποδειχθεί ότι διέρχεται από σταθερό σημείο  $A(2, 1)$

2) Να βρεθούν οι εφαπτόμενες της παραβολής  $C: y^2 = -8x$  που διέρχονται από το παραπάνω σημείο

3) Να αποδείξετε ότι για  $a = -1$  η ευθεία που προκύπτει από την παραπάνω εξίσωση είναι διευθετούσα της παραβολής  $y^2 = -8x$

4) Να βρείτε την απόσταση από την αρχή των αξόνων της ευθείας που προκύπτει από την παραπάνω εξίσωση για  $a = 1$ .

