

ΣΧ. ΕΤΟΣ 2004 - 2005

Β' ΤΑΞΗ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ ΣΤΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Τ.Κ.**ΘΕΜΑ 1:**

A. Δίνεται κύκλος C: $x^2 + y^2 = \rho^2$. Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη σε σημείο του A(x_1 , y_1) έχει εξίσωση: $xx_1 + yy_1 = \rho^2$. (13 μ.)

B. Στις παρακάτω προτάσεις να επιλέξετε το γράμμα της σωστής απάντησης:

1. Αν η εξίσωση $x^2 + y^2 + 4x - 2ay + 2a^2 = 0$ είναι εξίσωση κύκλου τότε το a είναι:

A. $a = 2$ B. $a = 0$ Γ. $a = 2$ Δ. $a = 3$ E. $a \in \mathcal{R}$

2. Η εκκεντρότητα της έλλειψης $\frac{x^2}{k^2} + \frac{y^2}{4k^2} = 1$ είναι:

A. $\varepsilon = \sqrt{3}$ B. $\varepsilon = \frac{\sqrt{3}}{2}$ Γ. $\varepsilon = \frac{\sqrt{3}}{3}$ Δ. $\varepsilon = \frac{1}{2}$ E. $\varepsilon = 2$

3. Η εφαπτομένη της παραβολής $y^2 = 2px$ στο σημείο της

A($2p$, $2p$) έχει εξίσωση:

A. $x + 2y + 2p = 0$ B. $x - 2y + 2p = 0$ Γ. $x + 2y - 2p = 0$
Δ. $y - x - 2p = 0$ E. $2x + y - 2p = 0$

(3x4=12μ.)

ΘΕΜΑ 2:

A. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν με την ένδειξη (Σ)ωστό ή (Λ)άθος:

α) Για τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ του επιπέδου υπάρχει $\lambda \in \mathcal{R}$ ώστε:

$$\vec{\alpha} \text{ προβ}_{\vec{\alpha}} \vec{\beta} = \lambda \vec{\alpha}$$

β) Αν $A \neq 0$ ή $B \neq 0$ τότε η εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει ευθεία.

γ) Αν a/β και a/γ τότε $a/(\kappa\beta + \lambda\gamma)$, όπου $a, \beta, \gamma, \kappa, \lambda$ ακέραιοι αριθμοί με $a \neq 0$. (3x4=12 μ)

B. Δίνεται η ευθεία $\varepsilon: \left| \vec{\alpha} \right|^2 \cdot x + \left| \vec{\beta} \right|^2 \cdot y - 6 \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$. Αν σχηματίζει με τους άξονες του

ορθοκανονικού συστήματος τρίγωνο με εμβαδόν

18, να δείξετε ότι: $\vec{\alpha} \parallel \vec{\beta}$. (13 μ)

ΘΕΜΑ 3:

Δίνονται οι κύκλοι με εξισώσεις $C_1: (x - 2a)^2 + (y + 3a)^2 = a^2 + 15$

και $C_2: (x + 3)^2 + (y + 3)^2 = a^2$ και η ευθεία $\varepsilon: 3x - 4y + 2a = 0, a > 0$

α) Να βρείτε τις αποστάσεις των κέντρων των κύκλων από την ευθεία ε ως συνάρτηση του a . (8 μ)

β) Να βρείτε το a αν η ευθεία ε εφάπτεται του κύκλου C_1 . (12μ)

γ) Για την τιμή του a που βρήκατε στο ερώτημα β) εξετάστε αν η ευθεία ε εφάπτεται του κύκλου C_2 (5μ)

ΘΕΜΑ 4:

Έστω η υπερβολή: $C: \frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1$, με $\alpha, \beta \in \mathbb{N}^*$ και $\frac{5}{\varepsilon} = \kappa$, όπου ε η εκκεντρότητα

της και κ θετικός ακέραιος.

A. Να δείξετε ότι: $\gamma / 5\alpha$.

(7μ)

B. Αν $\beta = 3$ και $\gamma \cdot \kappa = 20$ να βρείτε :

i) την εκκεντρότητα της υπερβολής, τις εστίες της και τις κορυφές της.

(8μ)

ii) το εμβαδόν του ορθογωνίου βάσης της υπερβολής.

(10μ)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

Καπαρέλλι, Δευτέρα 30 Μαΐου 2005

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Ο ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ

