

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

**A.** Έστω  $\alpha, \beta, \gamma$  ακέραιοι. Να αποδείξετε ότι αν  $\alpha/\beta$  και  $\alpha/\gamma$  τότε  $\alpha/(\beta+\gamma)$  **(10 μονάδες)**

**B.** Να αντιστοιχίσετε την κωνική τομή της στήλης A με την εφαπτομένη της στήλης B (γράφοντας δίπλα στο γράμμα της στήλης A τον σωστό αριθμό από τη στήλη B). Στη στήλη B περισεύει ένα στοιχείο.

**(15 μονάδες)**

Στήλη A ΚΩΝΙΚΕΣ ΤΟΜΕΣ	Στήλη B ΕΦΑΠΤΟΜΕΝΕΣ ΚΩΝΙΚΩΝ ΤΟΜΩΝ
<b>α.</b> $y^2=2px$	<b>1.</b> $xx_0 + yy_0=p^2$
<b>β.</b> $x^2 + y^2 = p^2$	<b>2.</b> $yy_0 = p(x+x_0)$
<b>γ.</b> $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$	<b>3.</b> $\frac{xx_0}{\alpha^2} + \frac{yy_0}{\beta^2} = 1$
	<b>4.</b> $\frac{xx_0}{\alpha^2} - \frac{yy_0}{\beta^2} = 1$

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

**A.** Αν  $\alpha$  περιττός ακέραιος, να αποδείξετε ότι  $\frac{\alpha^2 - 1}{4} \in \mathbb{Z}$  **(12 μονάδες)**

**B.** Αν  $\alpha, \beta, \gamma$  ακέραιοι αριθμοί, να αποδείξετε ότι αν  $\alpha/\beta$  και  $\alpha/(2\alpha+\beta+\gamma)$ , τότε  $\alpha/\gamma$  **(13 μονάδες)**

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{a}, \vec{\beta}$  για τα οποία δίνονται  $|\vec{a}| = 1, |\vec{\beta}| = 2, \vec{a} \perp (\vec{a} + \vec{\beta})$  και επίσης

$0 < (\vec{a}, \vec{\beta}) < \pi$ . Να βρείτε **α.** ότι  $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = -1$  **(13 μονάδες)**

**β.** τη γωνία των διανυσμάτων  $\vec{a}, \vec{\beta}$  **(12 μονάδες)**

**ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>**

Δίνεται ο κύκλος  $x^2+y^2=4$  και το σημείο  $A(3,-4)$ .

**A.** Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που ορίζεται από το A και την αρχή των αξόνων **(8 μονάδες)**

**B.** Να βρείτε τα σημεία που αυτή τέμνει τον κύκλο (έστω B, Γ αυτά) **(7 μονάδες)**

**Γ.** Να βρείτε το μέσο της χορδής BΓ **(5 μονάδες)**

**Δ.** Να βρείτε το εμβαδό του τριγώνου ABΔ όπου Δ(0, 2) **(5 μονάδες)**

Ο Διευθυντής

Ο Εισηγητής