

ΣΧ. ΕΤΟΣ 2004-05

ΤΑΞΗ Β΄
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΘΕΜΑ 1^οΘεωρούμε τους κύκλους $C : \chi^2 + \psi^2 = 1$ και $C' : (\chi - 3)^2 + (\psi + 4)^2 = 36$

- α. Να δείξετε ότι οι κύκλοι C και C' εφάπτονται εσωτερικά . Μονάδες 10
β. Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου επαφής . Μονάδες 15

ΘΕΜΑ 2^ο

Τα σημεία $A(-4, 6)$ και $\Gamma(-1, 1)$ είναι οι απέναντι κορυφές ενός παραλληλογράμμου $ΑΒΓΔ$. Οι πλευρές $ΒΓ$ και $\Gamma Δ$ του παραλληλογράμμου ανήκουν στις ευθείες με εξισώσεις $\chi + 3\psi = 2$ και $\chi - \psi + 2 = 0$ αντιστοίχως. Να υπολογίσετε

- α. Τις συντεταγμένες της κορυφής Δ . Μονάδες 10
β. Το συνημίτονο της οξείας γωνίας των διαγωνίων του παραλληλογράμμου Μονάδες 15

ΘΕΜΑ 3^ο

Για τα διανύσματα $\vec{a}, \vec{\beta}$ δίνεται $|\vec{a}| = 1, |\vec{\beta}| = 2$ και η γωνία των διανυσμάτων $(\vec{a}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}$

Εστω τα διανύσματα $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{\beta}, \vec{v} = \vec{a} - 2\vec{\beta}$. Να υπολογίσετε .

- α. Το εσωτερικό γινόμενο $\vec{a} \cdot \vec{\beta}$ Μονάδες 5
β. Τα μέτρα $|\vec{u}|, |\vec{v}|$ των διανυσμάτων \vec{u} και \vec{v} Μονάδες 10
γ. Το εσωτερικό γινόμενο $\vec{u} \cdot \vec{v}$ Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4^ο

A. Έστω a, β, γ ακέραιοι αριθμοί. Να δείξετε ότι ισχύουν οι επόμενες ιδιότητες :

- α. Αν $a | \beta$, τότε $a | \lambda\beta$ για κάθε ακέραιο λ . Μονάδες 5
β. Αν $a | \beta$ και $a | \gamma$, τότε $a | (\beta + \gamma)$. Μονάδες 5

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

- α. Ένα διάνυσμα και μια ευθεία, αν έχουν τον ίδιο συντελεστή διεύθυνσης είναι παράλληλα.
β. Αν $\det(\vec{a}, \vec{\beta})$ είναι η ορίζουσα των διανυσμάτων $\vec{a}, \vec{\beta}$ τότε ισχύει η ισοδυναμία:

$$\vec{a} \parallel \vec{\beta} \Leftrightarrow (\vec{a}, \vec{\beta}) = 1$$

- γ. Η εξίσωση $\chi^2 + \psi^2 + A\chi + B\psi + \Gamma = 0$ με $A^2 + B^2 - 4\Gamma > 0$ παριστάνει κύκλο με κέντρο $K(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2})$.

- δ. Η εξίσωση $\frac{\chi^2}{a^2} + \frac{\psi^2}{\beta^2} = 1$ παριστάνει εξίσωση υπερβολής. Μονάδες 15

Η Δ/ντρια

Ο Καθηγητής