

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Θέμα 1

- A. Αν \vec{a}, \vec{v} είναι δυο διανύσματα του επιπέδου με $\vec{a} \neq \vec{0}$ και η προβολή του \vec{v} στο \vec{a} συμβολίζεται με $\text{προβ}_{\vec{a}} \vec{v}$ αποδείξτε ότι $\vec{a} \cdot \vec{v} = \vec{a} \cdot \text{προβ}_{\vec{a}} \vec{v}$ (Μονάδες 7)
- B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν ,γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση
- α. Αν $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{b}$ τότε $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ και αντιστρόφως
- β. Η εφαπτομένη του κύκλου $x^2 + y^2 = r^2$ στο σημείο του $A(x_1, y_1)$ έχει εξίσωση $x_1 x + y_1 y = r^2$
- γ. Η εξίσωση της έλλειψης με εστίες τα σημεία $E'(-\gamma, 0)$, $E(\gamma, 0)$ και σταθερό άθροισμα $2a$ είναι $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ όπου $b = \sqrt{a^2 - \gamma^2}$
- δ. Αν O είναι ένα σημείο αναφοράς ,τότε για οποιοδήποτε διάνυσμα \vec{AB} έχουμε $\vec{AB} = \vec{OA} - \vec{OB}$ (Μονάδες 8)
- Γ. α. Αν a, b είναι δυο ακέραιοι με $b \neq 0$, τότε θα λέμε ότι ο b διαιρεί τον a ; (Μονάδες 5)
β. Δίνονται μια ευθεία δ και ένα σημείο E εκτός της δ . Τι ονομάζεται παραβολή με εστία το σημείο E και διευθετούσα την ευθεία δ ; (Μονάδες 5)

Θέμα 2

- Για τα διανύσματα \vec{a}, \vec{b} δίνεται ότι $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2$ και $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{3}$. Έστω τα διανύσματα $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$, $\vec{v} = \vec{a} - 2\vec{b}$.Να υπολογίσετε :
- α) το εσωτερικό γινόμενο $\vec{a} \cdot \vec{b}$ (Μονάδες 5)
- β) τα μέτρα $|\vec{u}|, |\vec{v}|$ των διανυσμάτων \vec{u} και \vec{v} (Μονάδες 8)
- γ) το εσωτερικό γινόμενο $\vec{u} \cdot \vec{v}$ (Μονάδες 7)
- δ) το συνημίτονο της γωνίας των διανυσμάτων \vec{u} και \vec{v} (Μονάδες 5)

Θέμα 3

- Να βρεθούν οι εξισώσεις των εφαπτομένων της έλλειψης $3x^2 + y^2 = 4$ οι οποίες
- A. είναι παράλληλες προς την ευθεία $\psi = -3x + 1$ (Μονάδες 13)
- B. είναι κάθετες στην ευθεία $\psi = \frac{1}{2}x$ (Μονάδες 12)

Θέμα 4

- Δίνονται οι παράλληλες ευθείες $\varepsilon_1 : 3x + 4y + 6 = 0$ και $\varepsilon_2 : 3x + 4y + 16 = 0$
- A. να βρείτε την απόσταση των παραλλήλων ευθειών ε_1 και ε_2 (Μονάδες 13)
- B. να βρείτε την εξίσωση της μεσοπαράλληλης ευθείας των ε_1 και ε_2 (Μονάδες 12)