

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Θέμα 1 Α. Να γράψετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση για καθένα από ερωτήματα A_1, A_2

A_1 . Το κέντρο K και η ακτίνα ρ του κύκλου $(x-2)^2+(y+1)^2=4$ είναι

α) $K(2,-1), \rho=4$ β) $K(2,-1), \rho=2$ γ) $K(-2,1), \rho=2$ δ) $K(-2,1), \rho=4$

A_2 . Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a}_1 = (\lambda, \lambda - 1), \vec{\beta}_1 = (4, \lambda), \lambda \neq 0$. Για ποια από τις παρακάτω τιμές του λ τα διανύσματα $\vec{a}_1, \vec{\beta}_1$ είναι κάθετα;

α) $\lambda=1$ β) $\lambda=3$ γ) $\lambda=2$ δ) $\lambda=-2$ ε) $\lambda=-3$ (Μονάδες 8)

Β. Ν χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις γράφοντας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση

α. Στη παραβολή $\psi^2=2\rho x$ η εξίσωση της διευθετούσας είναι $x=\frac{\rho}{2}$

β. Αν $a, \beta, \gamma, \kappa, \lambda$ ακέραιοι αριθμοί με $a \neq 0$. Αν a/β και a/γ τότε $a/(\kappa\beta+\lambda\gamma)$

γ. Αν $\vec{a} \uparrow \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{\beta} - |\vec{a}||\vec{\beta}| = 0$

δ. Αν O είναι ένα σημείο αναφοράς τότε για οποιοδήποτε διάνυσμα

\vec{AB} έχουμε $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$ (Μονάδες 10)

Γ. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a}, \vec{\beta}$ τα οποία δεν είναι παράλληλα προς τον άξονα $\psi' \psi$ και έχουν συντελεστές διεύθυνσης λ_1 και λ_2 αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι ισχύει η παρακάτω ισοδυναμία $\vec{a} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$ (Μονάδες 7)

Θέμα 2

Αν $|\vec{a}| = |\vec{\beta}| = 1$ και $\left(\frac{\vec{a}}{3}, \vec{\beta}\right) = \frac{2\pi}{3}$. Να υπολογίσετε

α) Τα μέτρα των διανυσμάτων $\vec{u} = 2\vec{a} + 4\vec{\beta}$ και $\vec{v} = \vec{a} - \vec{\beta}$

β) Τη γωνία των διανυσμάτων \vec{u}, \vec{v} (Μονάδες 25)

Θέμα 3

Δίνεται η εξίσωση $(a^2+2a)x - (a^2+a+1)\psi - a^2 - 2 = 0$ (1) με $a \in \mathbb{R}$

α) να δείξετε ότι για κάθε $a \in \mathbb{R}$ η (1) παριστάνει ευθεία

β) να δείξετε ότι όλες οι ευθείες που ορίζονται από την (1) διέρχονται από το ίδιο σημείο

γ) να βρείτε εκείνη την ευθεία ϵ που ορίζετε από την (1) και είναι κάθετη στην ευθεία $\epsilon' : x - \psi + 3 = 0$ (Μονάδες 25)

Θέμα 4

Δίνεται η εξίσωση $(\chi^2 + \psi^2 - 2)\lambda^2 + 2\chi - \psi + 1 = 0$ (1)

α) να βρείτε τις τιμές του λ ώστε η εξίσωση (1) να παριστάνει κύκλο

β) να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των κέντρων των κύκλων που ορίζονται από την (1)

γ) να δείξετε ότι όλοι οι κύκλοι που ορίζονται από την (1) διέρχονται από δυο σταθερά

σημεία

(Μονάδες 25

)

