ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2007

ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1

Α. Να γράψετε τον ορισμό της απόλυτης τιμής ενός πραγματικού αριθμού. Μονάδες 5

Β. Να αποδείξετε ότι αν $\theta>0$ και $|x|<\theta$ τότε: $-\theta<x<\theta$ με $x\in R$ Μονάδες 10

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο γραπτό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση. Μονάδες 10

α. Έστω D , D_x , D_y οι ορίζουσες ενός συστήματος 2 εξισώσεων με 2 αγνώστους. Αν $D = D_x = D_y = 0$ τότε το σύστημα έχει πάντα άπειρες λύσεις.

β. Έστω Δ η διακρίνουσα του τριωνύμου $f(x)=\alpha x^2+\beta x+\gamma$ με $\alpha\neq 0$. Αν $\Delta<0$ τότε το τριώνυμο είναι αρνητικό για κάθε τιμή του $x\in R$.

γ. Αν η εξίσωση: $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$ με $\alpha\neq 0$ έχει δύο λύσεις x_1, x_2 τότε ισχύει: $x_1+x_2=-\dfrac{\beta}{\alpha}$ και $x_1\cdot x_2=\dfrac{\gamma}{\alpha}$.

δ. Δύο παράλληλες ευθείες έχουν τον ίδιο συντελεστή διεύθυνσης.

ε. Έστω τα σημεία $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$. Η απόσταση τους δίνεται από τον τύπο: $AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

ΘΕΜΑ 2

Δίνονται οι ευθείες: ε_1: $y=|2\alpha+1|x-|\alpha+1|$ και ε_2: $y=3x+2$ με $\alpha\in R$.

α. Να βρεθούν οι τιμές του α ώστε: $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ Μονάδες 15

β. Αν $\alpha=-2$ να βρεθούν τα σημεία τομής της ε_1 με τους άξονες. Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3

Θεωρούμε το σύστημα: $\begin{cases} (\lambda+1)x+3y=2 \\ x-(\lambda-1)y=1 \end{cases}$ και την ευθεία **ε**: $2\lambda x+\lambda^2 y=9\lambda-4$ με $0<\lambda<3$.

α. Δείξτε ότι το σύστημα έχει μοναδική λύση. Μονάδες 8

β. Αν η ευθεία **ε** διέρχεται από το σημείο **Α(2,1)** δείξτε ότι **λ=1**. Μονάδες 9

γ. Αν **λ=1** υπολογίστε την μοναδική λύση του συστήματος. Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

Έστω η εξίσωση: $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$ με $\alpha>0$ έχει δύο θετικές λύσεις x_1, x_2 και **S** , **P** το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της αντίστοιχα.

Θεωρούμε τα σημεία $A(1,S)$ και $B(2,0)$

α. Αν τα σημεία **Α** και **Β** έχουν απόσταση $AB=\sqrt{10}$ να αποδείξετε ότι: **S=3**. Μονάδες 8

β. Αν για τις ρίζες x_1, x_2 της παραπάνω εξίσωσης ισχύει:

$(x_1+x_2)^2-2x_1\cdot x_2=x_1^{\,2}\cdot x_2^{\,2}+\dfrac{x_1+x_2}{3}$ να αποδείξετε ότι: **P=2**. Μονάδες 10

γ. Να λυθεί η ανίσωση: $\dfrac{x^2-Sx+P}{x-S}\geq 0$ Μονάδες 7