

ΘΕΜΑ 1^ο

Α. Έστω x_1 και x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $ax^2+bx+\gamma=0$, $a \neq 0$ (1). Αν με S συμβολίσουμε το άθροισμα x_1+x_2 και με P το γινόμενο x_1x_2 των ριζών αυτών.

Να αποδείξετε ότι

i. $x_1+x_2 = \frac{\beta}{\alpha}$ και $x_1x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$ (Μονάδες 7)

ii. η (1) μετασχηματίζεται ως εξής: $X^2-SX+P=0$. (Μονάδες 4)

Β. Να χαρακτηρίσετε ως σωστές ή λάθος τις παρακάτω προτάσεις

i. Για δυο θετικούς αριθμούς a και β ισχύει $\sqrt[n]{\frac{a}{\beta}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{\beta}}$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, $\beta \neq 0$.

ii. Η εξίσωση $ax^2+\gamma=0$, $a \neq 0$ έχει Διακρίνουσα πάντοτε αρνητική

iii. Η εξίσωση $|x-3|+4=0$ είναι αδύνατη

iv. Η εξίσωση $x^v=a$, με $a>0$ και v περιττό φυσικό έχει δυο πραγματικές ρίζες.

v. Αν $D=0$ το σύστημα είναι πάντοτε αόριστο

vi. Αν $a_1\beta_2 - a_2\beta_1 = 0$ τότε το σύστημα $\begin{cases} a_1x + \beta_1y = 0 \\ a_2x + \beta_2y = 0 \end{cases}$ έχει άπειρες λύσεις.

vii. Αν $A(\chi_1, \psi_1)$ και $B(\chi_2, \psi_2)$ είναι δυο σημεία του επιπέδου, η απόσταση του (AB) δίνεται από τον τύπο $(AB) = \sqrt{(\chi_1 + \chi_2)^2 + (\psi_1 + \psi_2)^2}$ (Μονάδες 4)

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται το σύστημα $\begin{cases} ax - y = -\beta \\ 4x - y = -3 \end{cases}$

Βρείτε για ποιες τιμές των πραγματικών αριθμών a και β

i. Το σύστημα έχει μοναδική λύση και ποια είναι αυτή. (Μονάδες 9)

ii. Το σύστημα δεν έχει λύσεις (Μονάδες 7)

iii. Το σύστημα έχει άπειρες λύσεις και ποιες είναι αυτές. (Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται η εξίσωση $|\lambda|x^2+5x+10=0$, $\lambda \neq 0$

i. Για ποιες τιμές του λ έχει δύο ρίζες διαφορετικές (Μονάδες 9)

ii. Για ποιες τιμές του λ έχει μία διπλή ρίζα. Να βρεθεί η διπλή ρίζα. (Μονάδες 8)

iii. Για κάθε μία από τις τιμές του λ που η εξίσωση έχει διπλή ρίζα να βρείτε το πρόσημο του τριωνύμου $\lambda x^2+5x+10$, $\lambda \neq 0$ (Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνονται οι ευθείες :

$\epsilon_1: \psi = (-4|\lambda - 1| + 5)\chi + 3$ και

$\epsilon_2: \psi = (\lambda - 1)^2\chi + 2$ όπου λ πραγματικός αριθμός

i. Να λύσετε την εξίσωση $(\lambda - 1)^2 + 4|\lambda - 1| - 5 = 0$. (Μονάδες 15)

ii. Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες οι ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 είναι παράλληλες (χρησιμοποιώντας το ερώτημα i). (Μονάδες 10)

Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα

Καλή επιτυχία