

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Α' ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ 1^ο

A) Να αποδείξετε ότι δυο διακεκριμένες ευθείες ε_1 και ε_2 του καρτεσιανού επιπέδου με εξισώσεις $y = \alpha_1 x + \beta_1$ και $y = \alpha_2 x + \beta_2$ αντίστοιχα, είναι παράλληλες όταν και μόνο όταν $\alpha_1 = \alpha_2$.

(Μονάδες 15)

B) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Για κάθε πραγματικό αριθμό a ισχύει $|a|^2 = a^2$.

β. Για κάθε πραγματικό αριθμό a ισχύει $\sqrt{a^2} = a$.

γ. Το συμμετρικό του σημείου $M(\alpha, \beta)$ του καρτεσιανού επιπέδου ως προς τον άξονα $x'x$ είναι το σημείο $M'(-\alpha, \beta)$.

δ. Η ευθεία ε με εξίσωση $x = \kappa$, $\kappa \in \mathbb{R}$ δεν είναι γραφική παράσταση συνάρτησης.

ε. Αν το τριώνυμο $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ με $a \neq 0$ έχει διακρίνουσα $\Delta = 0$ τότε

μετασχηματίζεται στη μορφή $f(x) = \alpha \left(x - \frac{\beta}{2\alpha} \right)^2$.

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = |\lambda x - 1| + 2$ με $x \in \mathbb{R}$ και $\lambda \neq 0$ της οποίας η γραφική παράσταση C διέρχεται από το σημείο $A(1, 3)$.

A) Να αποδείξετε ότι $\lambda = 2$.

(Μονάδες 10)

B) Να λύσετε την ανίσωση $f(x) \leq 5$.

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνονται οι ευθείες ε_1 με εξίσωση $\lambda x - y = 1$ και ε_2 με εξίσωση $x + \lambda y = 3$ όπου $\lambda \in \mathbb{R}$.

A) Να αποδείξετε ότι για κάθε τιμή του λ οι ευθείες τέμνονται.

(Μονάδες 15)

B) Για $\lambda = 1$ να βρείτε το κοινό σημείο των ευθειών.

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + (\lambda + 3)x + \lambda = 0$ με $\lambda \in \mathbb{R}$.

A) Να αποδείξετε ότι για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ η εξίσωση έχει πραγματικές και άνισες ρίζες.

(Μονάδες 15)

B) Να βρείτε την τιμή του λ ώστε οι ρίζες της εξίσωσης να είναι αντίστροφες.

(Μονάδες 10)

Να απαντήσετε στη κόλλα σας σε όλα τα θέματα. Διάρκεια εξέτασης δυο (2) ώρες.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ