

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ: ΘΕΤΙΚΗ - ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

A. Έστω  $\alpha, \beta, \gamma$  ακέραιοι αριθμοί. Να δείξετε ότι ισχύει η ιδιότητα:  
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ ΚΑΙ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΑΣ  
 Αν  $\alpha|\beta$  και  $\beta|\alpha$ , τότε  $\alpha=\beta$  ή  $\alpha=-\beta$ . (μονάδες 10)  
copyright © 2005- 2006

B. Να δώσετε τον ορισμό της παραβολής. (μονάδες 5)

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση:

α) Αν  $\vec{\alpha} \uparrow \vec{\beta}$  τότε  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = |\vec{\alpha}| |\vec{\beta}|$  και αντιστρόφως

β) Αν AM διάμεσος τριγώνου ABΓ τότε ισχύει  $\overline{AM} = \frac{\overline{AB} + \overline{AG}}{2}$

γ) Η εξίσωση  $2x^2 + 2y^2 + Ax + By + C = 0$  παριστάνει κύκλο αν  $A^2 + B^2 - 8C > 0$

δ) Η εκκεντρότητα της έλλειψης είναι μικρότερη ή ίση του 1

ε) Έστω  $\alpha, \beta, \gamma, \kappa, \lambda$  ακέραιοι αριθμοί με  $\alpha \neq 0$ . Αν  $\alpha|\beta$  και  $\alpha|\gamma$  τότε  $\alpha|(\kappa\beta - \lambda\gamma)$ . (μονάδες 10)  
copyright © 2005- 2006

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

Για τα διανύσματα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  δίνεται ότι  $\vec{\alpha} = (2, 1)$  και  $\vec{\beta} = (3, -6)$ .

Έστω τα διανύσματα  $\vec{u} = 3\vec{\alpha} - 2\vec{\beta}$  και  $\vec{v} = 6\vec{\alpha} + \lambda\vec{\beta}$ . Να υπολογίσετε:

i) Το εσωτερικό γινόμενο  $\vec{\alpha} \cdot \vec{u}$  (μονάδες 8)

ii) Το  $\lambda$  αν  $\vec{u} \perp \vec{v}$  (μονάδες 8)

iii) Το συνημίτονο της γωνίας των διανυσμάτων  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{u}$  (μονάδες 8)

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

Έστω η εξίσωση  $(\lambda^2 - \lambda - 2)x - (3 - \lambda)y - 3\lambda + 1 = 0$

A. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση παριστάνει ευθεία για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$  (μονάδες 12)

B. Έστω  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  οι ευθείες που προκύπτουν για  $\lambda = 5$  και  $\lambda = 1$  αντίστοιχα.  
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ ΚΑΙ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΑΣ  
copyright © 2005- 2006

Αν Α το σημείο τομής των δύο ευθειών και Β, Γ τα σημεία στα οποία οι  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  τέμνουν τον άξονα  $x'x$  αντίστοιχα να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ.

(μονάδες 13)

#### ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>

A. Δίνεται η εξίσωση  $(x-2)(x-4) = (4-\psi)(\psi-6)$

Να αποδείξετε ότι η εξίσωση αυτή παριστάνει κύκλο και να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του. (Μονάδες 8)

B. Σε ένα τοπογραφικό σχεδιάγραμμα, με καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων Oxy, τα σημεία A(2,4), B(4,4), Γ(4,6) και Δ(2,6) παριστάνουν τις θέσεις τεσσάρων χωριών. Να αποδείξετε ότι μπορεί να χαραχθεί περιφερειακός κυκλικός δρόμος που να διέρχεται από τα τέσσερα χωριά. (Μονάδες 8)

Γ. Ένα αυτοκίνητο K, κινείται πάνω σε έναν κεντρικό δρόμο, στο ίδιο σύστημα αξόνων του ερωτήματος B, και οι συντεταγμένες του για κάθε χρονική στιγμή t (t>0) είναι (t,t+4). Να βρείτε αν ο δρόμος, στον οποίο κινείται το αυτοκίνητο K, συναντά τον κυκλικό περιφερειακό δρόμο και αν ναι, σε ποια σημεία του. (Μονάδες 9)

Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα  
Διάρκεια εξέτασης 2 ώρες  
Καλή Επιτυχία

