

ΘΕΜΑ 1°

A1. Αν $\vec{a} = (x_1, y_1)$ και $\vec{b} = (x_2, y_2)$ δύο διανύσματα του καρτεσιανού επιπέδου, να γράψετε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\vec{a} + \vec{b}$ και $\lambda\vec{a} + \mu\vec{b}$, με λ, μ πραγματικούς αριθμούς.

(Μονάδες 6)

A2. Αν $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ δύο σημεία του καρτεσιανού επιπέδου και (x, y) οι συντεταγμένες του μέσου M του AB , να αποδείξετε ότι: $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$ και $y = \frac{y_1 + y_2}{2}$.

(Μονάδες 9)

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Αν $\vec{a} \cdot \vec{b} > 0$ τότε η γωνία των διανυσμάτων \vec{a}, \vec{b} είναι οξεία.

β. Για τα διανύσματα \vec{a}, \vec{b} ισχύει $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \text{προβ}_{\vec{a}}\vec{b}$

γ. Αν $\vec{a}, \vec{b}, \vec{\gamma}$ διανύσματα ισχύει $(\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{\gamma} = \vec{a}(\vec{b} \cdot \vec{\gamma})$

δ. Αν $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ τότε $\vec{a} = \vec{0}$ ή $\vec{b} = \vec{0}$

ε. Αν $\vec{a} = (x_1, y_1)$ και $\vec{b} = (x_2, y_2)$ δύο διανύσματα ισχύει $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2°

Δίνεται η ευθεία $\epsilon: x+y=2$ και το σημείο $A(-3,1)$. Να βρείτε:

- i. την εξίσωση της ευθείας (ζ) η οποία διέρχεται από το σημείο A και είναι κάθετη στην ευθεία (ϵ),
- ii. το σημείο τομής των ευθειών (ϵ) και (ζ),
- iii. το συμμετρικό B του σημείου A ως προς την ευθεία (ϵ).

(Μονάδες 8+8)

ΘΕΜΑ 3°

Δίνεται η παραβολή $C: y^2=4x$ και η ευθεία $\epsilon: y=x+2007$. Να βρείτε :

- i. την εστία E και την διευθετούσα δ της παραβολής,
- ii. την εξίσωση εφαπτομένης της παραβολής που είναι παράλληλη στην ευθεία (ϵ),
- iii. την εξίσωση της έλλειψης της οποίας η μία εστία συμπίπτει με την εστία της παραβολής και έχει εκκεντρότητα $e = \frac{1}{2}$,
- iv. την εξίσωση ισοσκελούς υπερβολής της οποίας η μία εστία συμπίπτει με την εστία της παραβολής.

(Μονάδες 6+9+5+5)

ΘΕΜΑ 4^ο

copyright © 2005- 2006

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + y^2 + (\lambda - 2)x - 2y + 2 - \lambda = 0$ (1), όπου $\lambda \in \mathbb{R}$.

A. Να βρεθούν οι τιμές του πραγματικού αριθμού λ για τις οποίες η (1) παριστάνει εξίσωση κύκλου και στη συνέχεια να βρεθούν το κέντρο και η ακτίνα του κύκλου.

(Μονάδες 8)

B. Ποιος είναι ο γεωμετρικός τόπος των κέντρων των κύκλων αυτών;

(Μονάδες 5)

Γ. Να αποδείξετε ότι οι παραπάνω κύκλοι διέρχονται από σταθερό (ανεξάρτητο του λ) σημείο, το οποίο και να βρεθεί.

(Μονάδες 6)

Δ. Να βρεθούν οι τιμές του πραγματικού αριθμού λ ώστε ο κύκλος (1) να εφάπτεται στην ευθεία $\epsilon: 4x+3y=2$.

(Μονάδες 6)

ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ ΚΑΙ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΑΣ
copyright © 2005- 2006



ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ ΚΑΙ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΑΣ
copyright © 2005- 2006