



# ΕΦΗΜΕΡΙΔΑ ΤΗΣ ΚΥΒΕΡΝΗΣΕΩΣ ΤΗΣ ΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑΣ

12 Νοεμβρίου 2021

ΤΕΥΧΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ

Αρ. Φύλλου 5260

## ΑΠΟΦΑΣΕΙΣ

Αριθμ. 141379/Δ2

**Πρόγραμμα Σπουδών του μαθήματος των Μαθηματικών των Α', Β' και Γ' τάξεων Γυμνασίου.**

**Η ΥΦΥΠΟΥΡΓΟΣ  
ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ**

Έχοντας υπόψη:

1. Το εδάφιο γ της παρ. 11 του άρθρου 5 του ν. 1566/1985 (Α' 167), όπως τροποποιήθηκε και ισχύει με τις διατάξεις του άρθρου 7 του ν. 2525/1997 «Ενιαίο Λύκειο, πρόσβαση των αποφοίτων στην Τριτοβάθμια Εκπαίδευση, αξιολόγηση του εκπαιδευτικού έργου και άλλες διατάξεις» (Α' 188).

2. Την υποπ. ββ της περ. α της παρ. 3 του άρθρου 2 του ν. 3966/2011 «Θεσμικό πλαίσιο των Πρότυπων Πειραματικών Σχολείων, ίδρυση Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής Πολιτικής, Οργάνωση του Ινστιτούτου Τεχνολογίας Υπολογιστών και Εκδόσεων «ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ» και λοιπές διατάξεις» (Α' 118).

3. Το άρθρο 175 του ν. 4823/2021 «Αναβάθμιση του Σχολείου, ενδυνάμωση των εκπαιδευτικών και άλλες διατάξεις» (Α' 136).

4. Το άρθρο 90 του κώδικα νομοθεσίας για την Κυβέρνηση και τα κυβερνητικά όργανα που κυρώθηκε με το άρθρο πρώτο του π.δ. 63/2005 (Α' 98), το οποίο διατηρήθηκε σε ισχύ με την παρ. 22 του άρθρου 119 του ν. 4622/2019 (Α' 133).

5. Το π.δ. 81/2019 «Σύσταση, συγχώνευση, μετονομασία και κατάργηση Υπουργείων και καθορισμός των αρμοδιοτήτων τους - Μεταφορά υπηρεσιών και αρμοδιοτήτων μεταξύ Υπουργείων» (Α' 119).

6. Το π.δ. 84/2019 «Σύσταση και κατάργηση Γενικών Γραμματειών και Ειδικών Γραμματειών/Ενιαίων Διοικητικών Τομέων Υπουργείων» (Α' 123).

7. Το π.δ. 2/2021 «Διορισμός Υπουργών, Αναπληρωτών Υπουργών και Υφυπουργών» (Α' 2).

8. Την υπό στοιχεία 168/Υ1/08-01-2021 απόφαση του Πρωθυπουργού και της Υπουργού Παιδείας και Θρησκευμάτων με θέμα «Ανάθεση αρμοδιοτήτων στην Υφυπουργό Παιδείας και Θρησκευμάτων, Ζωή Μακρή» (Β' 33).

9. Την υπό στοιχεία 104671/ΓΔ4/27-09-2021 υπουργική απόφαση «Πιλοτική Εφαρμογή Προγραμμάτων Σπουδών στην Πρωτοβάθμια και Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση» (Β' 4003).

10. Τις υπ' αρ. 55/14-10-2021 και 56/21-10-2021 πράξεις του Δ.Σ. του Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής Πολιτικής.

11. Το γεγονός ότι από την παρούσα απόφαση δεν προκαλείται δαπάνη, σύμφωνα με την υπό στοιχεία Φ.1/Γ/698/135971/Β1/25-10-2021 εισήγηση του άρθρου 24 του ν. 4270/2014 (Α' 143) της Γενικής Διεύθυνσης Οικονομικών Υπηρεσιών του Υπουργείου Παιδείας και Θρησκευμάτων, αποφασίζουμε:

Άρθρο μόνον

Το Πρόγραμμα Σπουδών του μαθήματος των Μαθηματικών των Α', Β' και Γ' τάξεων Γυμνασίου ορίζεται ως εξής:

**Α. ΦΥΣΙΟΓΝΩΜΙΑ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ**

Τα Μαθηματικά αναγνωρίζονται ως ένας από τους πλέον κρίσιμους τομείς του ανθρώπινου πολιτισμού, εξαιτίας του ισχυρού τρόπου ερμηνείας του κόσμου που προσφέρουν και της σημαντικής, ως συνέπεια, συνεισφοράς τους στην ανάπτυξη της ατομικής αλλά και της συλλογικής σκέψης. Αυτή η παρατήρηση αιτιολογεί την

κεντρική θέση που κατέχουν τα Μαθηματικά διαχρονικά στα Προγράμματα Σπουδών (ΠΣ) όλων των εκπαιδευτικών συστημάτων, καθιστώντας την επιτυχημένη σχολική μαθητεία σε αυτά καθοριστικό παράγοντα της γνωστικής και της ακαδημαϊκής ανάπτυξης, της επαγγελματικής ανέλιξης και της κοινωνικής επιτυχίας κάθε πολίτη και κατ' επέκταση της εξέλιξης των κοινοτήτων στις οποίες αυτός συμμετέχει.

Αντικείμενο των Μαθηματικών είναι η μελέτη δομών και σχέσεων, η κατανόηση των οποίων χαρακτηρίζει αυτό που ονομάζεται μαθηματικός τρόπος σκέψης και συλλογισμού. Η μαθηματική σκέψη προϋποθέτει την ικανότητα διαχείρισης των βασικών δομικών στοιχείων των μαθηματικών, καθώς και των τρόπων τεκμηρίωσης και «νομιμοποίησης» του μαθηματικού συλλογισμού. Οι μαθηματικοί συλλογισμοί καθιστούν φανερές τις σχέσεις των μαθηματικών οντοτήτων και των μεταξύ τους συνδέσεων, δηλαδή τη θέση τους σε ένα δίκτυο ιδεών που δομείται στη βάση διαφανών, αυστηρά και λογικά καθορισμένων συνδέσεων. Η συνεκτικότητα και η συνοχή που χαρακτηρίζουν τη μαθηματική επιστήμη και συνεισφέρουν στην ισχύ και στο εύρος των εφαρμογών της οφείλονται σε αυτήν ακριβώς τη διαπίστωση.

Τα Μαθηματικά στο παρόν ΠΣ γίνονται αντιληπτά ως ανθρώπινο δημιούργημα που μπορεί να προσφέρει σε όλους/-ες τους/τις μαθητές/-τριες τις γνώσεις και τα εργαλεία ώστε να γίνουν ενεργοί, χειραφετημένοι και κριτικοί πολίτες του αύριο, που θα είναι σε θέση να λειτουργούν δυναμικά και αποτελεσματικά τόσο ως άτομα όσο και ως μέλη μιας συνεχώς μεταβαλλόμενης κοινωνίας.

#### Β. ΣΚΟΠΟΘΕΣΙΑ

Το νέο ΠΣ φιλοδοξεί να προσφέρει σε όλους/-ες τους/τις μαθητές/-τριες την ευκαιρία να είναι σε θέση, μέσα από τη συμμετοχή τους στα μαθήματα, να:

- εκτιμούν και να αποδίδουν αξία στα Μαθηματικά μέσα από τη συνειδητοποίηση της φύσης της μαθηματικής γνώσης και των κρίσιμων/μεγάλων ιδεών της που συνδέουν και ενοποιούν τα επιμέρους πεδία της μαθηματικής επιστήμης με τρόπους που συμβάλλουν σε μια βαθύτερη και πιο ισχυρή κατανόησή της,

- αναπτύσσουν μαθηματικές διεργασίες και πρακτικές, όπως ο συλλογισμός, η μοντελοποίηση, η επικοινωνία και ο αναστοχασμός, που ενδυναμώνουν τη μάθηση των Μαθηματικών και υποστηρίζουν σημαντικές ικανότητες και δεξιότητες για τον πολίτη του 21ου αιώνα,

- αξιοποιούν ποικιλία πόρων και εργαλείων, όπως η γλώσσα, τα σύμβολα, τα χειραπτικά και ψηφιακά εργαλεία, για να διαχειριστούν κατάλληλα μέσα από προσεγγίσεις διερεύνησης αλλά και μαθητείας, αλλαγές, κρίσεις και προκλήσεις στο ακαδημαϊκό, προσωπικό, επαγγελματικό και κοινωνικό περιβάλλον δράσης τους. Τα διάφορα «εργαλεία» ενέχουν πολλαπλές ερμηνείες και είναι απαραίτητα για έναν ενεργό διάλογο με το περιβάλλον,

- αναγνωρίζουν συνδέσεις μεταξύ των Μαθηματικών και άλλων πεδίων της ανθρώπινης γνώσης και δράσης και εκτιμούν τα Μαθηματικά ως προσπελάσιμο και ενδιαφέρον πεδίο μελέτης,

- χρησιμοποιούν με αυτοπεποίθηση και εμπιστοσύνη τα Μαθηματικά για να κατανοούν με κριτικό τρόπο τον κόσμο γύρω τους. Στην κατεύθυνση αυτή συλλέγουν, αναλύουν, οργανώνουν και αξιολογούν δεδομένα ελέγχοντας τις πηγές προέλευσής τους και υπερασπίζονται τις απόψεις τους. Έτσι, δρουν ως υπεύθυνοι πολίτες στους χώρους δράσης τους, συμβάλλοντας δυναμικά στη δημοκρατική και ισότιμη ανάπτυξη των κοινωνιών σε μικρο- και μακρο- επίπεδο,

- κατανοούν και είναι σε θέση να αξιοποιήσουν τον μαθηματικό λόγο εντοπίζοντας κρίσιμες μαθηματικές ιδέες, αναλύοντας και ερμηνεύοντας διαφορετικά αναπαραστασιακά συστήματα. Μια τέτοια προσέγγιση βοηθά τους/τις μαθητές/-τριες να αναπτύξουν πολυτροπικές προσεγγίσεις στην επικοινωνία και να χρησιμοποιούν τη μαθηματική γλώσσα με ακρίβεια και ευελιξία.

Ιδιαίτερα στο Γυμνάσιο οι μαθητές/-τριες θα μεταβούν σταδιακά από α) εμπειρικούς τρόπους τεκμηρίωσης των ισχυρισμών τους στην ανάπτυξη μαθηματικών επιχειρημάτων, β) διαισθητικούς τρόπους σύλληψης και περιγραφής των μαθηματικών εννοιών στην αναγνώριση των ιδιοτήτων τους και σε πιο ακριβείς ορισμούς τους, γ) άτυπες αναπαραστάσεις εννοιών και διαδικασιών στην πιο ακριβή χρήση των μαθηματικών εργαλείων και του μαθηματικού λόγου και δ) από τη μοντελοποίηση απλών καταστάσεων της καθημερινής ζωής στη μοντελοποίηση πιο σύνθετων κοινωνικών ζητημάτων.

#### Γ. ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ - ΘΕΜΑΤΙΚΑ ΠΕΔΙΑ

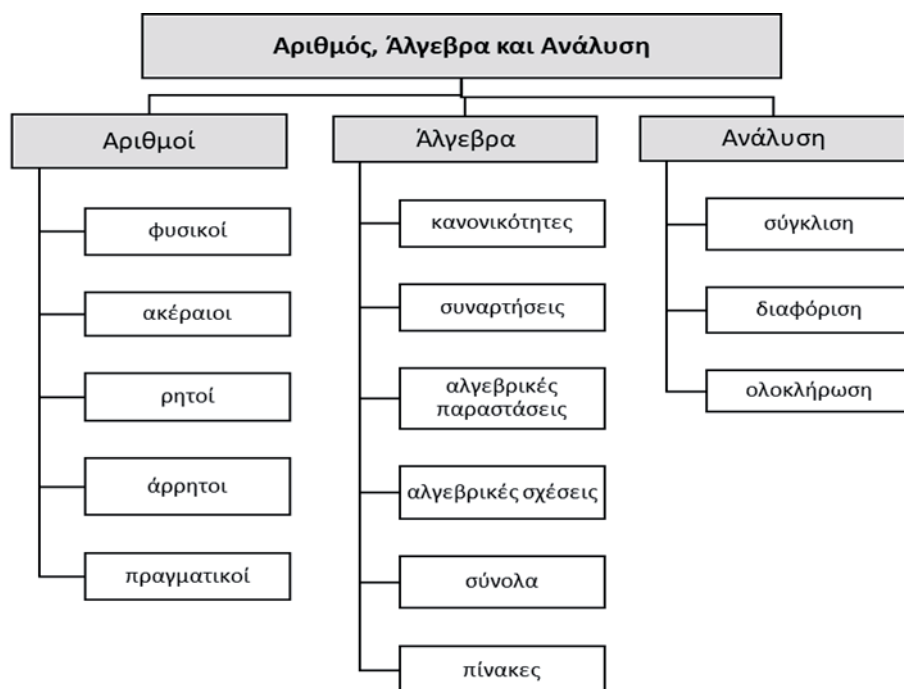
Τα τρία Θεματικά Πεδία που περιλαμβάνει το ΠΣ είναι τα εξής:

##### Αριθμός, Άλγεβρα και Ανάλυση

Η ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού από τους/τις μαθητές/-τριες από την υποχρεωτική εκπαίδευση έως και το Λύκειο περιλαμβάνει την αξιοποίηση της εννοιολογικής και της διαδικαστικής αριθμητικής γνώσης για τη μοντελοποίηση καταστάσεων, την επίλυση προβλημάτων και την επικοινωνία με τους άλλους. Η μάθηση των αριθμών περιλαμβάνει την προοδευτική μελέτη των φυσικών, των ακεραίων, των ρητών και των άρρητων αριθμών και ολοκληρώνεται με τη μελέτη του συνόλου των πραγματικών αριθμών.

Τα στοιχεία και οι κανόνες της άλγεβρας αποτελούν αφαιρέσεις των αντίστοιχων στοιχείων και κανόνων της αριθμητικής και επομένως η κατανόησή τους έχει ιδιαίτερες απαιτήσεις. Οι μαθητές/-τριες αναπτύσσουν την αλγεβρική κατανόησή τους μέσα από τη μελέτη μεταβλητών, κανονικοτήτων, εξισώσεων, ανισοτήτων και επίλυση προβλημάτων που η επίλυσή τους βασίζεται στα παραπάνω εργαλεία. Παράλληλα εισάγονται στην έννοια της συμμεταβολής, καθώς και της συνάρτησης και χρησιμοποιούν διαφορετικά συστήματα αναπαράστασής της.

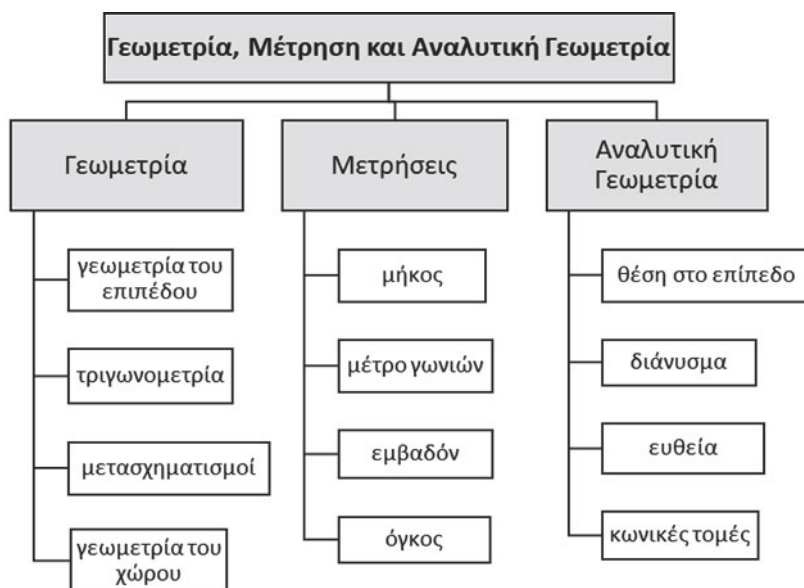
Η Ανάλυση πραγματεύεται προβλήματα τα οποία δεν μπορούν να αντιμετωπιστούν στο πλαίσιο της Άλγεβρας και της Γεωμετρίας. Επικεντρώνεται στη μελέτη συναρτήσεων και των ιδιοτήτων τους. Με την εισαγωγή της σύγκλισης, της διαφόρισης και της ολοκλήρωσης συναρτήσεων καθίστανται δυνατές η μοντελοποίηση και η επίλυση σύνθετων προβλημάτων σε ένα εύρος καταστάσεων και θεμάτων.



**Γεωμετρία, Μέτρηση και Αναλυτική Γεωμετρία**

Η μελέτη του πεδίου Γεωμετρία, Μέτρηση και Αναλυτική Γεωμετρία συμβάλλει στην ανάπτυξη της χωρικής αντίληψης προσφέροντας δυνατότητες ερμηνείας και παρέμβασης στο φυσικό και δομημένο περιβάλλον. Επιπλέον, υποστηρίζει την αξιοποίηση εργαλείων μελέτης άλλων θεμάτων στα Μαθηματικά και την επιστήμη. Το πιο σημαντικό, ωστόσο, είναι ότι με τη μελέτη της Γεωμετρίας αναπτύσσεται η μαθηματική συλλογιστική, με την οποία αναπτύσσεται τόσο η λογική επιχειρηματολογία και τεκμηρίωση, η οποία είναι σημαντική για κάθε πολίτη, όσο και η δημιουργική σκέψη σε πολλούς τομείς.

Το περιεχόμενο της Γεωμετρίας που αναπτύσσεται στο Δημοτικό αφορά κυρίως τη μη τυπική Γεωμετρία. Στο Γυμνάσιο οι μαθητές/-τριες εισάγονται στην προσέγγιση των χωρικών και των γεωμετρικών εννοιών σε αφαιρετικό επίπεδο, ενώ στο Λύκειο η Γεωμετρία και η μέτρηση αναπτύσσονται σε επαρκές επίπεδο πληρότητας, συνδέοντας τον χωρικό, γεωμετρικό και οπτικοποιημένο συλλογισμό με την τυπική αποδεικτική διαδικασία. Η Αναλυτική Γεωμετρία αναπτύσσεται κυρίως στο Λύκειο στα μαθήματα θετικού προσανατολισμού και ολοκληρώνεται με τη μελέτη των γεωμετρικών μετασχηματισμών με χρήση πινάκων.



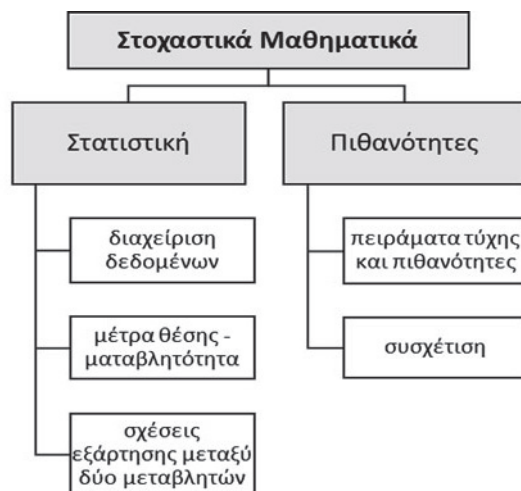
**Στοχαστικά Μαθηματικά (Στατιστική - Πιθανότητες)**

Ο βασικός σκοπός της διδασκαλίας της Στατιστικής και των Πιθανοτήτων είναι να αναπτύξει την ικανότητα των μαθητών/-τριών να αξιολογούν, ως μελλοντικοί πολίτες, κριτικά πληροφορίες, να εξάγουν συμπεράσματα, να κά-

νουν προβλέψεις και να λαμβάνουν αποφάσεις κάτω από αβέβαιες συνθήκες. Η βασική διαφορά των Στοχαστικών Μαθηματικών από τις άλλες θεματικές περιοχές των Μαθηματικών είναι ότι μελετά προβλήματα που σχετίζονται με τη μεταβλητότητα δεδομένων, δηλαδή με τη διαφορετικότητα που υπάρχει γύρω μας (π.χ. τα άτομα διαφέρουν, οι συνθήκες ενός πειράματος διαφέρουν).

Το περιεχόμενο της Στατιστικής εξελίσσεται από τη συλλογή και παρουσίαση δεδομένων από μικρές στατιστικές έρευνες στο Δημοτικό, στη μελέτη συνεχών ποσοτικών δεδομένων και μέτρων θέσης και μεταβλητότητας στο Γυμνάσιο, μέχρι τη μελέτη σχέσεων εξάρτησης μεταξύ δύο μεταβλητών στο Λύκειο.

Το περιεχόμενο των Πιθανοτήτων αναπτύσσεται από την αβεβαιότητα διάφορων γεγονότων και την έννοια της πιθανότητας στο Δημοτικό, στον υπολογισμό πιθανοτήτων με τον κλασικό ορισμό στο Γυμνάσιο και στις έννοιες της δεσμευμένης πιθανότητας στο Λύκειο.



#### Δ. ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΠΛΑΙΣΙΩΣΗ - ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΜΑΘΗΣΗΣ

Το ΠΣ για τα Μαθηματικά υποστηρίζει τη γνωστική-ατομική και την κοινωνικοπολιτισμική συμμετοχική προσέγγιση στη μάθηση των Μαθηματικών, αντιμετωπίζοντάς τες ως συμπληρωματικές και σε συνεχή αλληλεπίδραση. Λαμβάνοντας υπόψη τη συζήτηση και την έρευνα που διεξάγεται διεθνώς αναφορικά με τις αρχές που θα πρέπει να διέπουν ένα σύγχρονο ΠΣ για τα Μαθηματικά, υιοθετείται η άποψη ότι, σε μια τάξη των Μαθηματικών, η μάθηση και η διδασκαλία εξελίσσονται τόσο σε ατομικό όσο και σε συλλογικό επίπεδο.

Το ΠΣ, αναγνωρίζοντας την κρισιμότητα της μαθηματικής γνώσης σε όλους τους τομείς της ανθρώπινης δράσης, επενδύει στη δημιουργία περιβαλλόντων μάθησης που δίνουν τη δυνατότητα δημιουργίας συνδέσεων μεταξύ της γνώσης του περιεχομένου των Μαθηματικών και της εφαρμογής των εννοιών και των διαδικασιών που το χαρακτηρίζουν. Επιπλέον, υποστηρίζει την ανάπτυξη υψηλού επιπέδου μαθηματικού συλλογισμού, μαθηματικών ικανοτήτων διατύπωσης και επίλυσης ολοένα και πιο περίπλοκων προβλημάτων, τη διαμόρφωση στάσεων και πεποιθήσεων που βοηθούν τους/τις μαθητές/-τριες να αντιμετωπίσουν με αποτελεσματικό τρόπο προβλήματα στα Μαθηματικά, όπως και εκτός αυτών. Σε αυτήν την κατεύθυνση, το ΠΣ για τα Μαθηματικά αναγνωρίζει ως σημαντική την ανάδειξη των μαθηματικών πρακτικών ταυτόχρονα με τη μάθηση του μαθηματικού περιεχομένου. Οι διαδικασίες μάθησης που λαμβάνουν χώρα στην τάξη των Μαθηματικών συνδέονται στενά με την έννοια του μαθηματικού γραμματισμού. Πρόκειται για

την ικανότητα του ατόμου α) να αναλύει, να ερμηνεύει και να επεμβαίνει στο κοινωνικό του περιβάλλον, χρησιμοποιώντας ως εργαλείο τα Μαθηματικά και β) να αναλύει και ερμηνεύει τον τρόπο που χρησιμοποιούνται τα Μαθηματικά για τη λήψη αποφάσεων στο κοινωνικό περιβάλλον. Τέλος, το ΠΣ επιδιώκει να προσφέρει ευκαιρίες για πολλαπλούς τρόπους συμμετοχής στη μαθηματική δραστηριότητα μέσα στη σχολική τάξη αναδεικνύοντας τα Μαθηματικά που είναι «χρήσιμα», που όμως «παράμειναν μαθηματικά», δηλαδή, πλούσια σε μαθηματικά νοήματα.

Το ΠΣ των Μαθηματικών αναγνωρίζει ότι η μάθηση των Μαθηματικών είναι μια δυναμική, σταδιακή και συνεχής διαδικασία, στην οποία ο ρόλος του/της εκπαιδευτικού είναι καθοριστικός και καίριας σημασίας. Επιπρόσθετα στοχεύει σε όλους/-ες τους/τις μαθητές/-τριες, λαμβάνοντας υπόψη τους διαφορετικούς τρόπους με τους οποίους νοηματοδοτούν τις εμπειρίες τους και τις μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες στις τάξεις των Μαθηματικών, αλλά και τις διαφορετικές τους κοινωνικές, πολιτισμικές και συναισθηματικές τους αφετηρίες. Το ΠΣ υποστηρίζει διδακτικές στρατηγικές συμπερίληψης και διαφοροποίησης αναγνωρίζοντας ότι οι μαθητές/-τριες διαφέρουν μεταξύ τους ως προς τον τρόπο και τον ρυθμό που μαθαίνουν, τα ενδιαφέροντά τους, τις προηγούμενες γνώσεις και τις εμπειρίες τους, την κουλτούρα και τη γλώσσα τους. Συνεπώς, κάθε μαθητής και μαθήτρια, ανάλογα με τις γνωστικές ή άλλες ανάγκες του/της, προσκαλείται να εμπλακεί σε έργα μάθησης που οδηγούν σε αυθεντική μαθηματική δραστηριότητα, η οποία προ-

σφέρει προκλήσεις ανάπτυξης της μαθηματικής του/της σκέψης και συμβάλλουν στη συλλογική συγκρότηση του μαθηματικού νοήματος μέσα από τη συμμετοχή του/της στα δρώμενα της τάξης. Το ΠΣ ενθαρρύνει την προσέγγιση της πολιτισμικά ευαισθητοποιημένης διδασκαλίας των Μαθηματικών που συνδέεται με την επίγνωση των διαφορετικών πολιτισμικών αξιών, παραδόσεων και κατανοήσεων που κάθε μαθητής/-τρια «φέρνει» στην τάξη.

Μια κεντρική διδακτική πρακτική του/της εκπαιδευτικού αφορά την επιλογή και διαχείριση του κατάλληλου μαθηματικού έργου που θα πυροδοτήσει την επιθυμητή μαθηματική δραστηριότητα. Πρόκειται για την εργασία που αναθέτει ο/η εκπαιδευτικός στους/στις μαθητές/-τριες και στα μαθηματικά χαρακτηριστικά της δράσης που αναδεικνύεται στην πορεία εκπόνησής της. Το μαθηματικό έργο συνδέεται άμεσα, αλλά όχι αποκλειστικά, με τις μαθηματικές πρακτικές που θα αναπτύξει ο/η μαθητής/-τρια. Ο/Η εκπαιδευτικός καλείται να μην περιορίζει τις επιλογές του σε έργα που εστιάζουν στην εφαρμογή αλγορίθμων και μαθηματικών τύπων αλλά να επιλέγει έργα που ανταποκρίνονται στα ενδιαφέροντα ή/και τις εμπειρίες των μαθητών/-τριών, αντλούν προβληματισμούς από πραγματικές καταστάσεις της καθημερινότητας, επιδέχονται διαφορετικές μεθόδους επίλυσης και απαιτούν τεκμηριωμένες επεξηγήσεις και παραδοχές. Γενικότερα, το ζητούμενο είναι έργα που εμπλέκουν τους/τις μαθητές/-τριες στην αναζήτηση ιδιοτήτων και σχέσεων, στη δημιουργία συνδέσεων και σε δράσεις διερεύνησης, πειραματισμού και αναστοχασμού.

Το μαθηματικό έργο μπορεί να είναι ένα παιχνίδι ή μια άσκηση ή ένα πρόβλημα ή ακόμα και μια ερώτηση που θα θέσει ο/η εκπαιδευτικός στην τάξη. Ωστόσο, η απλή εμπλοκή των μαθητών/-τριών σε ένα μαθηματικό έργο (π.χ. επίλυση εξίσωσης), δεν είναι αρκετό για να θεωρηθεί ότι οι μαθητές/-τριες αναπτύσσουν μια πλούσια μαθηματική δραστηριότητα. Μια πλούσια μαθηματική δραστηριότητα προσφέρει στους/στις μαθητές/-τριες την ευκαιρία να αναπτύξουν ποικιλία μαθηματικών και κοινωνικο-πολιτισμικών πρακτικών που θα τους/τις οδηγήσουν στις μεγάλες ιδέες των Μαθηματικών (όπως είναι

η απόδειξη, η ισοδυναμία και οι μετασχηματισμοί), στην ανάπτυξη των αντίστοιχων μαθηματικών νοημάτων και, εν τέλει, αυθεντικής μαθηματικής σκέψης.

#### Ε. ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

Μια από τις βασικές επιδιώξεις του νέου ΠΣ των Μαθηματικών αποτελεί η αναβάθμιση της διαδικασίας της αξιολόγησης. Η αξιολόγηση διατρέχει όλη τη διδακτική διαδικασία, ελέγχει την πορεία επίτευξης των ΠΜΑ και ανατροφοδοτεί την πορεία μάθησης των μαθητών/-τριών σε ατομικό αλλά και σε συλλογικό επίπεδο. Δεν πρόκειται για «βαθμολογία», «μέτρηση», «συμπλήρωμα διδασκαλίας» αλλά για μια πολύπλοκη διαδικασία πλήρως ενσωματωμένη στη διδασκαλία, που συνιστά μηχανισμό συνεχούς αποτίμησης και ανατροφοδότησης των δύο κεντρικών όψεων της εκπαιδευτικής πράξης, δηλαδή, της μάθησης και της διδασκαλίας. Με αυτήν την έννοια, η πρόταση που υιοθετείται από το ΠΣ είναι η διαμορφωτική προσέγγιση στη διαδικασία της αξιολόγησης και ειδικότερα της «αξιολόγησης για μάθηση».

Η σαφής οργάνωση των ΠΜΑ σε διακριτές ομάδες και η εξελικτική πορεία ανάπτυξής τους σε κάθε τάξη, από τάξη σε τάξη και από βαθμίδα σε βαθμίδα εκπαίδευσης επιτρέπει στον/στην εκπαιδευτικό, με την αξιοποίηση διαγνωστικών εργαλείων αξιολόγησης, να καταγράφει και να ενημερώνεται για τον βαθμό κατάκτησης της μαθηματικής γνώσης από τους/τις μαθητές/-τριες στη διάρκεια του σχολικού έτους, να εντοπίζει τις δυσκολίες και τις ελλείψεις τους και να σχεδιάζει τον τρόπο στήριξης και ανατροφοδότησής τους.

Η αξιολόγηση του επιπέδου της μάθησης που έχουν επιτύχει οι μαθητές/-τριες πραγματοποιείται τόσο ανεπίσημα (άτυπα) κατά την εξέλιξη του μαθήματος μέσα στη σχολική τάξη όσο και επίσημα (τυπικά: τεστ, διαγωνίσματα, έργα, συνθετικές εργασίες). Ο/Η εκπαιδευτικός καλείται να προσαρμόζει την αξιολογική διαδικασία στις «ιδιαιτερότητες» και τις ανάγκες των μαθητών/-τριών της τάξης του, να διαμορφώνει ανάλογα το πώς και το τι προτίθεται να αξιολογήσει και να αξιοποιεί τα κατάλληλα εργαλεία αξιολόγησης.

## ΣΤ. ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΣΠΟΥΔΩΝ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ		
Θεματικό Πεδίο	Θεματικές Ενότητες	Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα
		Οι μαθητές/-τριες είναι σε θέση:
ΑΡΙΘΜΟΙ	Φυσικοί αριθμοί.	Αρ.Φ.7.1. Να προσδιορίζουν το σύνολο των φυσικών αριθμών 0,1,2,3, ... καθώς και τους άρτιους και περιττούς φυσικούς αριθμούς.
		Αρ.Φ.7.2. Να αναγνωρίζουν και να εκφράζουν συμβολικά την ταυτότητα της Ευκλείδειας Διαίρεσης και να τη χρησιμοποιούν στην επίλυση προβλημάτων.
		Αρ.Φ.7.3. Να εφαρμόζουν την έννοια της διαιρετότητας για να λύνουν προβλήματα.
		Αρ.Φ.7.4. Να χρησιμοποιούν τον Αλγόριθμο του Ευκλείδη για την εύρεση του ΜΚΔ μεγάλων φυσικών αριθμών.
		Αρ. Φ.7.5. Να υπολογίζουν το ΕΚΠ και το ΜΚΔ με ανάλυση σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.
		Αρ.Φ.7.6. Να διερευνούν το δυαδικό σύστημα αρίθμησης φυσικών αριθμών και να το συγκρίνουν με το δεκαδικό κάνοντας μετατροπές μεταξύ τους.
	Ακέραιοι αριθμοί.	Αρ.Α.7.1. Να αναγνωρίζουν την ανάγκη εισαγωγής των ακεραίων αριθμών στην επίλυση προβλημάτων που δε λύνονται στο πλαίσιο των φυσικών αριθμών.
		Αρ.Α.7.2. Να διακρίνουν θετικούς και αρνητικούς ακεραίους, καθώς και ομόσημους και ετερόσημους.
		Αρ.Α.7.3. Να διερευνούν τη σχέση των ακεραίων με τους φυσικούς αριθμούς.
		Αρ.Α.7.4. Να αναγνωρίζουν την απόλυτη τιμή ακεραίων αριθμών ως την απόστασή τους από το μηδέν (0) στην αριθμογραμμή.
		Αρ.Α.7.5. Να περιγράφουν τα χαρακτηριστικά δύο αντίθετων αριθμών.
		Αρ.Α.7.6. Να προσθέτουν και να αφαιρούν ακεραίους αριθμούς, χρησιμοποιώντας στην αρχή εποπτικά μοντέλα και ύστερα μαθηματικές ισότητες για να περιγράψουν προσθέσεις και αφαιρέσεις.
		Αρ.Α.7.7. Να πολλαπλασιάζουν ακεραίους αριθμούς χρησιμοποιώντας εποπτικά μοντέλα και να καταλήγουν στον ορισμό του πολλαπλασιασμού ακεραίων.
		Αρ.Α.7.8. Να ερμηνεύουν τις πολλαπλές σημασίες των συμβόλων και «+» και «-».
		Αρ.Α.7.9. Να συγκρίνουν το νόημα της πρόσθεσης ως αύξησης και της αφαίρεσης ως ελάττωσης στους φυσικούς με το νόημα

		των αντίστοιχων πράξεων στους ακεραίους. Αρ.Α.7.10. Να μοντελοποιούν και να λύνουν προβλήματα με ακεραίους σε πραγματικά και μαθηματικά πλαίσια.
	Ρητοί αριθμοί.	Αρ.Ρ.7.1. Να αναγνωρίζουν την ανάγκη εισαγωγής των ρητών αριθμών για την επίλυση προβλημάτων που δε λύνονται στο πλαίσιο των ακεραίων. Αρ.Ρ.7.2. Να διερευνούν διαφορετικές αναπαραστάσεις ρητών αριθμών (δεκαδική, κλασματική). Αρ.Ρ.7.3. Να συγκρίνουν και να διατάσσουν ρητούς, να τους αναπαριστούν στην αριθμογραμμή και να αναγνωρίζουν ότι ένας ρητός δεν έχει επόμενο. Αρ.Ρ.7.4. Να αναγνωρίζουν την απόλυτη τιμή ρητών αριθμών ως την απόστασή τους από το μηδέν (0) στην αριθμογραμμή. Αρ.Ρ.7.5. Να επεκτείνουν στους ρητούς την πρόσθεση, την αφαίρεση και τον πολλαπλασιασμό των ακεραίων. Αρ.Ρ.7.6. Να διαιρούν ρητούς μέσω του πολλαπλασιασμού του ενός με τον αντίστροφο του άλλου. Αρ.Ρ.7.7. Να κάνουν πράξεις μεταξύ ρητών αριθμών, σε κλασματική ή δεκαδική μορφή. Αρ.Ρ.7.8. Να επεκτείνουν τις ιδιότητες των πράξεων των ακεραίων στους ρητούς. Αρ.Ρ.7.9. Να διατυπώνουν και να χρησιμοποιούν τον ορισμό των δυνάμεων με βάση ρητό και εκθέτη φυσικό $n > 0$ . Αρ.Ρ.7.10. Να προσδιορίζουν το πρόσημο της δύναμης ρητού αριθμού με βάση τον ορισμό. Αρ.Ρ.7.11. Να υπολογίζουν την τιμή μιας αριθμητικής παράστασης με ρητούς κάνοντας χρήση της προτεραιότητας των πράξεων (μπορεί να περιέχει δυνάμεις με εκθέτη φυσικό και παρενθέσεις). Αρ.Ρ.7.12. Να αξιοποιούν την τυποποιημένη μορφή των ρητών αριθμών για την αναπαράσταση φυσικών μεγεθών μεγάλου μεγέθους. Αρ.Ρ.7.13. Να χρησιμοποιούν τις ιδιότητες των ρητών στην επίλυση μαθηματικών και πραγματικών προβλημάτων.
ΑΛΓΕΒΡΑ	Κανονικότητες.	Αλ.Κ.7.1. Να αναγνωρίζουν, να συγκρίνουν, να περιγράφουν κανονικότητες και να τις εκφράζουν ως αριθμητικές κανονικότητες με φυσικούς αριθμούς. Αλ.Κ.7.2. Να συμπληρώνουν, να επεκτείνουν και να δημιουργούν αριθμητικές κανονικότητες με φυσικούς αριθμούς. Αλ.Κ.7.3. Να κατασκευάζουν κανονικότητες που εκφράζουν ακολουθίες φυσικών αριθμών με σταθερή διαφορά.

		<p>Αλ.Κ.7.4. Να αναπαριστούν κανονικότητες με διάφορους τρόπους, όπως εικόνες ή γεωμετρικά σχήματα, πίνακες τιμών και σημεία σε σύστημα αξόνων, και να μεταβαίνουν από τη μία αναπαράσταση στην άλλη.</p> <p>Αλ.Κ.7.5. Να διερευνούν κανονικότητες που μπορούν να εκφραστούν στη μορφή <math>a \cdot n</math> (με <math>a</math> ρητό και <math>n</math> τη σειρά του όρου) και να διατυπώνουν τον γενικό τους όρο λεκτικά και συμβολικά.</p> <p>Αλ.Κ.7.6. Να λύνουν προβλήματα που συναντούν στα Μαθηματικά και την καθημερινή ζωή με κανονικότητες.</p>
	Αλγεβρικές παραστάσεις.	<p>Αλ.Π.7.1. Να μεταφράζουν από λεκτικές εκφράσεις σε απλές αλγεβρικές παραστάσεις και αντίστροφα.</p> <p>Αλ.Π.7.2. Να διακρίνουν τα στοιχεία μιας αλγεβρικής παράστασης.</p> <p>Αλ.Π.7.3. Να λύνουν πραγματικά και μαθηματικά προβλήματα χρησιμοποιώντας αριθμητικές και αλγεβρικές παραστάσεις.</p> <p>Αλ.Π.7.4. Να συνθέτουν προβλήματα τα οποία λύνονται με χρήση αριθμητικών και αλγεβρικών παραστάσεων.</p> <p>Αλ.Π.7.5. Να υπολογίζουν την αριθμητική τιμή μιας αλγεβρικής παράστασης για συγκεκριμένες τιμές των μεταβλητών και να κατασκευάζουν πίνακες τιμών.</p> <p>Αλ.Π.7.6. Να χρησιμοποιούν την επιμεριστική ιδιότητα για να μετατρέπουν αλγεβρικές παραστάσεις σε απλούστερη μορφή.</p> <p>Αλ.Π.7.7. Να ερμηνεύουν γεωμετρικά την επιμεριστική ιδιότητα: <math>\alpha(\beta+\gamma)=\alpha\beta+\alpha\gamma</math>.</p>
	Αλγεβρικές σχέσεις.	<p>Αλ.Σχ.7.1. Να διερευνούν και να διατυπώνουν τις ιδιότητες της ισότητας με βάση μοντέλα – μεταφορές.</p> <p>Αλ.Σχ.7.2. Να αναγνωρίζουν την εξίσωση με έναν άγνωστο αριθμό <math>x</math> ως μια μαθηματική ισότητα η οποία ισχύει για συγκεκριμένες τιμές του <math>x</math>, καθώς και τα χαρακτηριστικά της..</p> <p>Αλ. Σχ.7.3. Να αναγνωρίζουν ότι μια εξίσωση είναι ισοδύναμη με μια άλλη όταν έχουν τις ίδιες λύσεις.</p> <p>Αλ. Σχ.7.4. Να εφαρμόζουν ιδιότητες διατήρησης της ισότητας για να μετασχηματίσουν εξισώσεις με ρητούς συντελεστές σε ισοδύναμες μορφές.</p> <p>Αλ. Σχ.7.5. Να επιλύουν εξισώσεις της μορφής <math>a \cdot x + b = \gamma</math> με εφαρμογή των ιδιοτήτων της διατήρησης της ισότητας και των πράξεων.</p> <p>Αλ. Σχ.7.6. Να επιλύουν προβλήματα της καθημερινής ζωής με εξισώσεις της μορφής</p>



		<p><math>ax + \beta = \gamma</math> αριθμητικά, μέσω κατάλληλων μοντέλων και αλγεβρικά με τις ιδιότητες της ισότητας.</p> <p>Αλ. Σχ.7.7. Να συνθέτουν προβλήματα που επιλύονται με εξισώσεις της μορφής <math>ax + \beta = \gamma</math>.</p>
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ	Γεωμετρία του επιπέδου.	<p>Γ.Ε.7.1. Να αναγνωρίζουν και να περιγράφουν βασικές γεωμετρικές έννοιες (σημείο, ευθεία, ημιευθεία, ευθύγραμμο τμήμα, γωνία) σε απλά και σύνθετα γεωμετρικά σχήματα.</p> <p>Γ.Ε.7.2. Να προσδιορίζουν είδη γωνιών και να διατυπώνουν τους σχετικούς ορισμούς.</p> <p>Γ.Ε.7.3. Να αναγνωρίζουν και να περιγράφουν τη χαρακτηριστική ιδιότητα των σημείων της μεσοκαθέτου ευθύγραμμου τμήματος και την ιδιότητα των σημείων της διχοτόμου γωνίας.</p> <p>Γ.Ε.7.4. Να εφαρμόζουν τη χαρακτηριστική ιδιότητα της μεσοκαθέτου ευθύγραμμου τμήματος και να αναγνωρίζουν τις ιδιότητες ισοσκελούς και ισόπλευρου τριγώνου.</p> <p>Γ.Ε.7.5. Να σχεδιάζουν με γεωμετρικά όργανα τη διχοτόμο γωνίας, τη μεσοκάθετο ευθύγραμμου τμήματος και να περιγράφουν τη διαδικασία.</p> <p>Γ.Ε.7.6. Να διερευνούν και να προσδιορίζουν σχέσεις μεταξύ γωνιών (κατακορυφήν, συμπληρωματικές και παραπληρωματικές).</p> <p>Γ.Ε.7.7. Να διερευνούν και να περιγράφουν τις σχετικές θέσεις ευθειών στο επίπεδο.</p> <p>Γ.Ε.7.8. Να προσδιορίζουν σχέσεις γωνιών που σχηματίζονται από παράλληλες ευθείες και μια τέμνουσά τους και να τις εφαρμόζουν σε απλά προβλήματα.</p> <p>Γ.Ε.7.9. Να αναγνωρίζουν είδη τριγώνων και να τα ταξινομούν με βάση σχέσεις των πλευρών και το είδος των γωνιών του.</p> <p>Γ.Ε.7.10. Να διατυπώνουν και να ελέγχουν εικασίες σχετικά με ιδιότητες που αφορούν τα κύρια και τα δευτερεύοντα στοιχεία των τριγώνων χρησιμοποιώντας γεωμετρικά όργανα και ψηφιακά μέσα.</p> <p>Γ.Ε.7.11. Να αναπτύσσουν λογικούς συλλογισμούς για να τεκμηριώσουν ότι το άθροισμα γωνιών τριγώνου είναι 180 μοίρες.</p> <p>Γ.Ε.7.12. Να διερευνούν είδη τετράπλευρων (παραλληλόγραμμα, τραπέζια) και να διατυπώνουν σχετικούς ορισμούς.</p> <p>Γ.Ε.7.13. Να χρησιμοποιούν γεωμετρικά όργανα και ψηφιακά εργαλεία για να διατυπώσουν και να ελέγξουν εικασίες σχετικά με τις ιδιότητες παραλληλογράμμου, ορθογωνίου, ρόμβου</p>

		<p>και τετραγώνου τις οποίες να τεκμηριώνουν αναπτύσσοντας λογικούς συλλογισμούς.</p> <p>Γ.Ε.7.14. Να ταξινομούν τα είδη των τετραπλεύρων με βάση τις ιδιότητές τους.</p> <p>Γ.Ε.7.15. Να σχεδιάζουν με γεωμετρικά όργανα τρίγωνα και παραλληλόγραμμα με δεδομένα χαρακτηριστικά και να περιγράφουν τα βήματα της σχεδίασης.</p> <p>Γ.Ε.7.16. Να αξιοποιούν τις ιδιότητες της μεσοκαθέτου, της παραλληλίας και της καθετότητας ευθειών και των παραλληλογράμμων στην επίλυση απλών προβλημάτων.</p> <p>Γ.Ε.7.17. Να προσδιορίζουν τη χαρακτηριστική ιδιότητα των σημείων του κύκλου και να περιγράφουν τα στοιχεία του κύκλου.</p> <p>Γ.Ε.7.18. Να σχεδιάζουν με τη χρήση του γνώμονα την εφαπτομένη κύκλου σε σημείο του.</p> <p>Γ.Ε.7.19. Να διερευνούν και να προσδιορίζουν τις σχετικές θέσεις ευθείας και κύκλου.</p>	
ΜΈΤΡΗΣΗ	Μήκος.	Μ.Μ.7.1. Να επιλέγουν τις κατάλληλες μονάδες μέτρησης μήκους και να κάνουν μετατροπές από τη μια μονάδα στην άλλη.	
		Μ.Μ.7.2. Προσθέτουν και αφαιρούν ευθύγραμμα τμήματα χρησιμοποιώντας γεωμετρικά όργανα.	
		Μ.Μ.7.3. Να προσδιορίζουν τη σχέση του μέτρου του αθροίσματος, της διαφοράς με τα μέτρα των σχετιζόμενων τμημάτων.	
		Μ.Μ.7.4. Να υπολογίζουν μήκη πλευρών και περιμέτρους πολυγώνων χρησιμοποιώντας ιδιότητες ή σχέσεις.	
		Μ.Μ.7.5. Να επιλύουν προβλήματα που αφορούν τη σύγκριση τμημάτων μέσω του μήκους τους χρησιμοποιώντας κατάλληλες μονάδες μέτρησης.	
		Μ.Μ.7.6. Να επιλύουν προβλήματα που αφορούν μήκη τμημάτων και περιμέτρους ευθύγραμμων σχημάτων με τη χρήση κατάλληλων μονάδων μέτρησης.	
		Μέτρο γωνιών.	<p>Μ.Γ.7.1. Να προσθέτουν και να αφαιρούν γωνίες με επίθεση.</p> <p>Μ.Γ.7.2. Να συνδέουν το μέτρο της επίκεντρης γωνίας και του αντίστοιχου τόξου του ίδιου κύκλου ή ίσων κύκλων.</p> <p>Μ.Γ.7.3. Να υπολογίζουν γωνίες χρησιμοποιώντας ιδιότητες ή σχέσεις.</p>
	ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ	Διαχείριση δεδομένων.	Σ.Δ.7.1. Να διατυπώνουν ερωτήματα που μπορούν να απαντηθούν με συνεχή ποσοτικά δεδομένα από το οικείο περιβάλλον τους.
			Σ.Δ.7.2. Να χαρακτηρίζουν δεδομένα που έχουν προκύψει από απογραφή σε έναν

		<p>πληθυσμό ως κατηγορικά, διακριτά ή συνεχή ποσοτικά.</p> <p>Σ.Δ.7.3. Να κατασκευάζουν κυκλικά διαγράμματα για κατηγορικά δεδομένα.</p> <p>Σ.Δ.7.4. Να κατασκευάζουν ιστογράμματα συχνοτήτων ίσου πλάτους, με δεδομένο πλήθος κλάσεων για συνεχή ποσοτικά δεδομένα</p> <p>Σ.Δ.7.5. Να επιλέγουν πληροφορίες από διαφορετικές αναπαραστάσεις ποσοτικών δεδομένων και να καταλήγουν σε συμπεράσματα.</p> <p>Σ.Δ.7.6. Να επιλέγουν κατάλληλες μορφές αναπαράστασης και να επιχειρηματολογούν για τις επιλογές τους.</p>
	Μέτρα θέσης και μεταβλητότητας.	<p>Σ.Μ.7.1. Να χρησιμοποιούν τα μέτρα θέσης για να περιγράψουν δεδομένα, να κάνουν συγκρίσεις και να εξαγάγουν συμπεράσματα.</p> <p>Σ.Μ.7.2. Να περιγράφουν χαρακτηριστικά των δεδομένων όπως το εύρος, η ύπαρξη πολλαπλών κορυφών και οι απόμακρες τιμές από ένα ιστόγραμμα συχνοτήτων</p> <p>Σ.Μ.7.3. Να διερευνούν πιθανές ερμηνείες για χαρακτηριστικά των δεδομένων, όπως λόγοι ύπαρξης απόμακρων τιμών ή πιθανούς λόγους για τη μεταβλητότητα των δεδομένων.</p>
ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ	Πειράματα τύχης και πιθανότητες.	<p>Π.Π.7.1. Να προσδιορίζουν και να περιγράφουν τον δειγματικό χώρο ενός πειράματος τύχης που πραγματοποιείται σε ένα ή περισσότερα στάδια χρησιμοποιώντας αναπαραστάσεις του δειγματικού χώρου σε πίνακες ή δεντροδιαγράμματα.</p> <p>Π.Π.7.2. Να μεταγράφουν τα ενδεχόμενα από τη φυσική γλώσσα σε στοιχεία του δειγματικού χώρου.</p> <p>Π.Π.7.3. Να χρησιμοποιούν τον κλασικό ορισμό των Πιθανοτήτων για να υπολογίσουν την πιθανότητα ενός σύνθετου ενδεχόμενου.</p>

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ			
Θεματικό Πεδίο	Θεματικές Ενότητες	Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα	
		Οι μαθητές/-τριες είναι σε θέση:	
ΑΡΙΘΜΟΙ	Ρητοί αριθμοί.	Αρ.Π.8.1. Να διερευνούν τις ιδιότητες της δύναμης $a^n$ , με βάση ρητό και εκθέτη φυσικό $n > 0$ και να υπολογίζουν δυνάμεις. Να διερευνούν τις ιδιότητες των δυνάμεων, να τις διατυπώνουν συμβολικά και να τις αιτιολογούν χρησιμοποιώντας τον ορισμό της δύναμης.	
		Αρ.Π.8.2. Να καταλήγουν στον ορισμό της δύναμης ρητού αριθμού με ακέραιο εκθέτη, να επεκτείνουν τις ιδιότητες των δυνάμεων από φυσικό σε ακέραιο εκθέτη	
		Αρ.Π.8.3. Να αξιοποιούν την τυποποιημένη μορφή των ρητών αριθμών για την αναπαράσταση φυσικών μεγεθών μικρού μεγέθους και την επίλυση ποικίλων προβλημάτων	
		Αρ.Π.8.4. Να υπολογίζουν την τιμή απλών αριθμητικών παραστάσεων με τις τέσσερις πράξεις και δυνάμεις. Να εκτελούν τις πράξεις με την απαιτούμενη προτεραιότητα.	
	Άρρητοι – Πραγματικοί αριθμοί.	Αρ.Π.8.1. Να αναγνωρίζουν, μέσα από προβλήματα, την αναγκαιότητα εισαγωγής και χρήσης των τετραγωνικών ριζών θετικών αριθμών. Να προσδιορίζουν τις τετραγωνικές ρίζες τέλειων τετραγώνων.	
		Αρ.Π.8.2. Να διερευνούν την ύπαρξη αριθμών που δεν είναι ρητοί και να αναγνωρίζουν τους άρρητους.	
		Αρ.Π.8.3. Να τοποθετούν άρρητους αριθμούς στην ευθεία των πραγματικών αριθμών.	
		Αρ.Π.8.4. Να διερευνούν τις δεκαδικές αναπαραστάσεις των ρητών και άρρητων αριθμών.	
		Αρ.Π.8.5. Να επεκτείνουν τον ορισμό της δύναμης με βάση πραγματικό αριθμό και εκθέτη ακέραιο.	
		Αρ.Π.8.6. Να διερευνούν και να αποδεικνύουν αλγεβρικά και γεωμετρικά την ιδιότητα: $(a+b)(\gamma+\delta)=a\gamma+a\delta+b\gamma+b\delta$ .	
		Αρ.Π.8.7. Να λύνουν προβλήματα με τη χρήση πραγματικών αριθμών.	
	ΑΛΓΕΒΡΑ	Κανονικότητες.	Αλ.Κ.8.1. Να λύνουν προβλήματα που συναντούν στα Μαθηματικά και την καθημερινή ζωή με κανονικότητες της μορφής $a \cdot n + \beta$ όπου $a$ και $\beta$ ρητοί αριθμοί.
			Αλ.Κ.8.2. Να διατυπώνουν επιχειρήματα και να αιτιολογούν τους συλλογισμούς τους

		σχετικά με τον προσδιορισμό μιας κανονικότητας.
Αλγεβρικές παραστάσεις.	Αλ.Π.8.1.	Να υπολογίζουν την αριθμητική τιμή μιας αλγεβρικής παράστασης για δεδομένες τιμές των μεταβλητών.
	Αλ.Π.8.2.	Να ερμηνεύουν μια αλγεβρική παράσταση ως γινόμενο ή άθροισμα ή άθροισμα γινομένων.
	Αλ.Π.8.3.	Να απλοποιούν απλές αλγεβρικές παραστάσεις με τη βοήθεια της επιμεριστικής ιδιότητας (απαλοιφή παρένθεσης και αναγωγή όμοιων όρων).
Αλγεβρικές σχέσεις.	Αλ.Σχ.8.1.	Να αναγνωρίζουν τους όρους: εξίσωση πρώτου βαθμού με πραγματικούς συντελεστές, πρώτο και δεύτερο μέλος, ισοδύναμες εξισώσεις, άγνωστος, λύση ή ρίζα.
	Αλ.Σχ.8.2.	Να αναγνωρίζουν αν ένας αριθμός είναι λύση της εξίσωσης ή/και του αντίστοιχου προβλήματος.
	Αλ.Σχ.8.3.	Να επιλύουν εξισώσεις της μορφής $ax + b = \gamma x + \delta$ με εφαρμογή των ιδιοτήτων διατήρησης της ισότητας και των πράξεων.
	Αλ.Σχ.8.4.	Να αναγνωρίζουν ότι μια εξίσωση μπορεί να έχει άπειρες λύσεις ή καμία λύση.
	Αλ.Σχ.8.5.	Να επιλύουν προβλήματα με εξισώσεις της μορφής $ax + b = \gamma x + \delta$ με άγνωστο και στα δύο μέλη.
	Αλ.Σχ.8.6.	Να συνθέτουν προβλήματα που επιλύονται με εξισώσεις της μορφής $ax + b = \gamma x + \delta$ με άγνωστο και στα δύο μέλη.
Συναρτήσεις.	Αλ.Σρ.8.1.	Να αναγνωρίζουν σε καταστάσεις της καθημερινότητας μεγέθη που συμμεταβάλλονται και να διακρίνουν ποιο μέγεθος καθορίζει το άλλο.
	Αλ.Σρ.8.2.	Να αναγνωρίζουν τις σχέσεις που τα μεγέθη συμμεταβάλλονται ως συναρτήσεις και να τις διακρίνουν από σχέσεις που δεν είναι συναρτήσεις.
	Αλ.Σρ.8.3.	Να εκφράζουν μια κατάσταση με μια συνάρτηση λεκτικά, αριθμητικά (με πίνακα τιμών), γραφικά και συμβολικά (με τύπο).
	Αλ.Σρ.8.4.	Να χρησιμοποιούν τις αναπαραστάσεις των συναρτήσεων (γραφικές παραστάσεις, πίνακες τιμών, τύπους) και να μεταβαίνουν από τη μία αναπαράσταση στην άλλη (όπου είναι δυνατόν).
	Αλ.Σρ.8.5.	Να εξετάζουν αν ένα σημείο (διατεταγμένο ζεύγος) ανήκει στη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης.
	Αλ.Σρ.8.6.	Να υπολογίζουν αλγεβρικά και να εκτιμούν γραφικά τις τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής για δεδομένες τιμές της

		ανεξάρτητης και αντιστρόφως.
		Αλ.Σρ.8.7. Να αναγνωρίζουν μέσα σε ποικίλα πλαίσια τη σχέση που συνδέει δύο ανάλογα ποσά ως σχέση αναλογίας.
		Αλ.Σρ.8.8. Να αναπαριστούν τις σχέσεις αναλογίας που εμφανίζονται σε διάφορα πλαίσια ως σχέση της μορφής $y=ax$ .
		Αλ.Σρ.8.9. Να σχεδιάζουν τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=ax$ και να διαπιστώνουν ότι είναι ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων.
		Αλ.Σρ.8.10. Να ερμηνεύουν τη σταθερά αναλογίας ως μεταβολή του $y$ που αντιστοιχεί σε μοναδιαία αύξηση του $x$ .
		Αλ.Σρ.8.11. Να συνδέουν τη σταθερά αναλογίας με την εφαπτομένη της γωνίας.
		Αλ.Σρ.8.12. Να σχεδιάζουν τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=ax + \beta$ και να εξηγούν τη σημασία των $a$ και $\beta$ .
		Αλ.Σρ.8.13. Να επιλύουν (γραφικά και αλγεβρικά) προβλήματα χρησιμοποιώντας τις αναπαραστάσεις της συνάρτησης $y=ax+\beta$ .
		Αλ.Σρ.8.14. Να επιλύουν γραφικά εξισώσεις της μορφής $ax+\beta=y$ .
		Αλ.Σρ.8.15. Να διερευνούν μέσα από προβλήματα τη σχέση που συνδέει δύο αντιστρόφως ανάλογα ποσά.
		Αλ.Σρ.8.16. Να εκφράζουν τα αντιστρόφως ανάλογα ποσά που ανακύπτουν σε προβλήματα της καθημερινής ζωής στη μορφή $y=a/x$ .
		Αλ.Σρ.8.17. Να διερευνούν αν στη συνάρτηση $y = a/x$ , $a \neq 0$ αυξάνεται η μειώνεται το $y$ όταν αυξάνεται ο $x$ για $a > 0$ και $a < 0$ .
		Αλ.Σρ.8.18. Να επιλύουν προβλήματα αντιστρόφως ανάλογων ποσών με τη συνάρτηση $y=a/x$ .
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ	Γεωμετρία του επιπέδου.	Γ.Ε.8.1. Να αναγνωρίζουν και να διακρίνουν ένα κανονικό από ένα μη κανονικό πολύγωνο και να διαμορφώνουν σχετικούς ορισμούς.
		Γ.Ε.8.2. Να διερευνούν και να διατυπώνουν το Πυθαγόρειο θεώρημα και το αντίστροφό του και να τα χρησιμοποιούν για τον υπολογισμό μηκών και τον προσδιορισμό ορθής γωνίας τριγώνου.
		Γ.Ε.8.3. Να σχεδιάζουν κανονικά πολύγωνα χρησιμοποιώντας γεωμετρικά όργανα ή ψηφιακά εργαλεία.
		Γ.Ε.8.4. Να διερευνούν και να αιτιολογούν εμπειρικά τις σχέσεις εγγεγραμμένης και επίκεντρης γωνίας που βαίνουν στο ίδιο τόξο
	Μετασχηματισμοί.	Γ.Μ.8.1. Να αναγνωρίζουν

		μετασχηματισμούς συμμετρίας ως προς άξονα και να καθορίζουν τα στοιχεία και τα χαρακτηριστικά τους.
		Γ.Μ.8.2. Να αναγνωρίζουν τη σχέση ισότητας του αρχικού σχήματος και της εικόνας του κατά τη συμμετρία του ως προς δοθείσα ευθεία.
		Γ.Μ.8.3. Να αναγνωρίζουν σχήματα με άξονα συμμετρίας και να σχεδιάζουν τους άξονες συμμετρίας σε αυτά.
		Γ.Μ.8.4. Να διερευνούν και να εντοπίζουν τις ιδιότητες και τα χαρακτηριστικά των σχημάτων που παραμένουν αναλλοίωτα από έναν μετασχηματισμό συμμετρίας ως προς άξονα.
		Γ.Μ.8.5. Να αξιοποιούν τις ιδιότητες της αξονικής συμμετρίας στον σχεδιασμό σχημάτων και στην αιτιολόγηση ιδιοτήτων τους.
		Γ.Μ.8.6. Να σχεδιάζουν τα συμμετρικά γεωμετρικών σχημάτων ως προς διάφορους άξονες χρησιμοποιώντας μια ποικιλία εργαλείων και στρατηγικών.
		Γ.Μ.8.7. Να αναγνωρίζουν μετασχηματισμούς μεταφοράς και να καθορίζουν τα στοιχεία και τα χαρακτηριστικά τους.
		Γ.Μ.8.8. Να αναγνωρίζουν τη σχέση ισότητας του αρχικού σχήματος και της εικόνας του κατά τη μεταφορά του ως προς δοσμένο διάνυσμα.
		Γ.Μ.8.9. Να διερευνούν και να εντοπίζουν τις ιδιότητες και τα χαρακτηριστικά των σχημάτων που παραμένουν αναλλοίωτα από έναν μετασχηματισμό μεταφοράς.
		Γ.Μ.8.10. Να αξιοποιούν τις ιδιότητες του μετασχηματισμού μεταφοράς κατά διάνυσμα στον σχεδιασμό σχημάτων και στην αιτιολόγηση ιδιοτήτων τους.
		Γ.Μ.8.11. Να σχεδιάζουν το σχήμα που προκύπτει από τη μεταφορά ενός σχήματος κατά διάνυσμα χρησιμοποιώντας μια ποικιλία εργαλείων και στρατηγικών.
		Γ.Μ.8.12. Να αναγνωρίζουν μετασχηματισμούς στροφής και να καθορίζουν τα στοιχεία και τα χαρακτηριστικά τους.
		Γ.Μ.8.13. Να αναγνωρίζουν τη σχέση ισότητας του αρχικού σχήματος και της εικόνας του κατά τη στροφή του ως προς κέντρο και δεδομένης γωνίας στροφής.
		Γ.Μ.8.14. Να αναγνωρίζουν την κεντρική συμμετρία ως ειδική περίπτωση μετασχηματισμού στροφής κατά 180.
		Γ.Μ.8.15. Να αναγνωρίζουν σχήματα με κέντρο συμμετρίας και να προσδιορίζουν το

		<p>κέντρο συμμετρίας τους.</p> <p>Γ.Μ.8.16. Να διερευνούν και να εντοπίζουν τις ιδιότητες και τα χαρακτηριστικά των σχημάτων που παραμένουν αναλλοίωτα από έναν μετασχηματισμό στροφής ως προς κέντρο και γωνία στροφής.</p> <p>Γ.Μ.8.17. Να αξιοποιούν τις ιδιότητες του μετασχηματισμού στροφής ως προς κέντρο και γωνία στροφής στον σχεδιασμό σχημάτων και στην αιτιολόγηση ιδιοτήτων τους.</p> <p>Γ.Μ.8.18. Να σχεδιάζουν με ποικιλία εργαλείων και στρατηγικών το σχήμα που προκύπτει από τη στροφή δεδομένου σχήματος ως προς κέντρο και συγκεκριμένη γωνία στροφής αξιοποιώντας τις ιδιότητες του μετασχηματισμού</p> <p>Γ.Μ.8.19. Να αναγνωρίζουν και να περιγράφουν μετασχηματισμούς σε ένα γεωμετρικό μοτίβο, ένα σχέδιο, ένα έργο τέχνης ή μια πλακόστρωση.</p>
	Τριγωνομετρία.	<p>Γ.Τ.8.1. Να αναγνωρίζουν τους τριγωνομετρικούς αριθμούς οξείας γωνίας ως τον σταθερό λόγο ζεύγους πλευρών ορθογώνιου τριγώνου.</p> <p>Γ.Τ.8.2. Να χρησιμοποιούν τους τριγωνομετρικούς αριθμούς για την εύρεση του μέτρου γωνίας αξιοποιώντας τους τριγωνομετρικούς πίνακες.</p> <p>Γ.Τ.8.3. Να χρησιμοποιούν το Πυθαγόρειο Θεώρημα και τους τριγωνομετρικούς αριθμούς για την επίλυση ενός ορθογώνιου τριγώνου σε προβλήματα.</p>
ΜΈΤΡΗΣΗ	Μήκος.	<p>Μ.Μ.8.1. Να υπολογίζουν τα μήκη των τόξων ως μέρη του μήκους του κύκλου τους.</p> <p>Μ.Μ.8.2. Να χρησιμοποιούν τον τύπο για το μήκος κύκλου στην επίλυση προβλημάτων.</p>
	Μέτρο γωνιών.	Μ.Γ.8.1. Να προσδιορίζουν την κεντρική γωνία κανονικών ν-γώνων και τη γωνία κανονικού ν-γώνου (με $n=3, 4, 6$ ).
	Εμβαδόν.	<p>Μ.Ε.8.1. Να μετασχηματίζουν επιφάνειες σε ισοδύναμες με τη διαδικασία διάσπασης και ανασύνθεσης επιφάνειας.</p> <p>Μ.Ε.8.2. Να επιλέγουν τις κατάλληλες μονάδες μέτρησης εμβαδού επιφάνειας και να κάνουν μετατροπές από τη μια μονάδα μέτρησης στην άλλη.</p> <p>Μ.Ε.8.3. Να επικυρώνουν τους τύπους εμβαδού τετραγώνου και ορθογώνιου παραλληλογράμμου επιλέγοντας κατάλληλη μονάδα μέτρησης.</p> <p>Μ.Ε.8.4. Να χρησιμοποιούν τη διάσπαση και ανασύνθεση επιφανειών για τον προσδιορισμό του τύπου του εμβαδού παραλληλογράμμου, τριγώνου και τραπεζίου.</p>



		<p>Μ.Ε.8.5. Να υπολογίζουν το εμβαδόν ενός κυκλικού δίσκου όταν γνωρίζουν την ακτίνα ή τη διάμετρο του κύκλου.</p> <p>Μ.Ε.8.6. Να υπολογίζουν τα εμβαδά κυκλικών τομέων ως μέρη του εμβαδού του κυκλικού δίσκου τους.</p> <p>Μ.Ε.8.7. Να επιλύουν προβλήματα υπολογισμού εμβαδού μεικτόγραμμων σχημάτων αξιοποιώντας ποικιλία μεθόδων και στρατηγικών.</p> <p>Μ.Ε.8.8. Να αξιοποιούν την έννοια του εμβαδού για την εξήγηση του Πυθαγόρειου θεωρήματος.</p>
ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΑΝΑΛΥΤΙΚΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ	Διανύσματα	<p>ΑΓ.Δ.8.1. Να αναπαριστούν θέσεις, διευθύνσεις και διαδρομές με τη βοήθεια διανυσμάτων.</p> <p>ΑΓ.Δ.8.2. Να συνδέουν τα διανύσματα με φυσικά διανυσματικά μεγέθη και να προσδιορίζουν τα χαρακτηριστικά του αναγνωρίζοντας τη διαφορά ανάμεσα σε ευθύγραμμο τμήμα και διάνυσμα.</p>
ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ	Διαχείριση δεδομένων.	<p>Σ.Δ.8.1. Να διατυπώνουν ερωτήματα που μπορούν να απαντηθούν με απογραφικά χρονικά δεδομένα.</p> <p>Σ.Δ.8.2. Να συλλέγουν χρονικά δεδομένα που προκύπτουν από επαναλαμβανόμενες μετρήσεις κάποιου χαρακτηριστικού</p> <p>Σ.Δ.8.3. Να κατασκευάζουν χρονοδιαγράμματα για χρονικά δεδομένα</p> <p>Σ.Δ.8.4. Να κατασκευάζουν απλά θηκογράμματα, χρησιμοποιώντας την «περίληψη πέντε αριθμών» για συνεχή ποσοτικά δεδομένα</p> <p>Σ.Δ.8.5. Να επιλέγουν πληροφορίες από διαφορετικές αναπαραστάσεις συνεχών ποσοτικών και χρονικών δεδομένων και να καταλήγουν σε συμπεράσματα.</p> <p>Σ.Δ.8.6. Να εντοπίζουν παραδείγματα χρήσης στατιστικών διαγραμμάτων που μπορούν να οδηγήσουν σε εσφαλμένα συμπεράσματα και να παραπλανήσουν.</p>
	Μέτρα θέσης και Μεταβλητότητας.	<p>Σ.Μ.8.1. Να διερευνούν ιδιότητες της μέσης τιμής, όπως τη μεταβολή της όταν προτίθενται ή πολλαπλασιάζονται όλα τα δεδομένα με τον ίδιο αριθμό.</p> <p>Σ.Μ.8.2. Να διερευνούν πώς επηρεάζονται η μέση τιμή και η διάμεσος από την ύπαρξη απόμακρων τιμών.</p> <p>Σ.Μ.8.3. Να διερευνούν την έννοια της μεταβλητότητας χρησιμοποιώντας το ενδοτεταρτημοριακό εύρος.</p> <p>Σ.Μ.8.4. Να περιγράφουν τα δεδομένα με βάση την περίληψη των πέντε αριθμών: ελάχιστη τιμή, τεταρτημόρια και μέγιστη τιμή.</p>
ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ	Πειράματα τύχης και	Π.Π.8.1. Να ελέγχουν αν δύο ενδεχόμενα

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ	πιθανότητες.	είναι ασυμβίβαστα.
		Π.Π.8.2. Να απαριθμούν το πλήθος των στοιχείων ενός ενδεχομένου με χρήση της Βασικής Αρχής Απαρίθμησης (ΒΑΑ) και να υπολογίζουν την αντίστοιχη πιθανότητα.
		Π.Π.8.3. Να χρησιμοποιούν τον απλό προσθετικό νόμο για να υπολογίσουν την πιθανότητα σύνθετων ενδεχόμενων.

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ		
Θεματικό Πεδίο	Θεματικές Ενότητες	Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα
		Οι μαθητές/-τριες είναι σε θέση:
ΑΡΙΘΜΟΪ, ΑΛΓΕΒΡΑ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ	Αριθμοί/ Πραγματικοί αριθμοί.	Αρ.Π.9.1. Να διερευνούν και να διακρίνουν τις μορφές των κλασματικών και δεκαδικών αναπαραστάσεων των ρητών αριθμών και να κάνουν μετατροπές από τη μία μορφή στην άλλη.
		Αρ.Π.9.2. Να αναγνωρίζουν την ανάγκη εισαγωγής των άρρητων αριθμών μέσα από τις δυσκολίες που συνδέονται με τις μετρήσεις ασύμμετρων μεγεθών.
		Αρ.Π.9.3. Να εισάγονται στον ορισμό των άρρητων ως αριθμών που δεν είναι ρητοί, δηλαδή δεν μπορούν να παρασταθούν σε μορφή κλάσματος με όρους ακέραιους.
		Αρ.Π.9.4. Να αναγνωρίζουν τους άρρητους ως αριθμούς οι οποίοι έχουν άπειρο πλήθος δεκαδικών ψηφίων μη περιοδικών.
		Αρ.Π.9.5. Να αναγνωρίζουν το σύνολο των πραγματικών αριθμών. Να διερευνούν τις σχέσεις των συνόλων των φυσικών, των ακεραίων, των ρητών, των άρρητων και των πραγματικών.
		Αρ.Π.9.6. Να επεκτείνουν τις πράξεις και τις δυνάμεις των ρητών και τις ιδιότητές τους στους πραγματικούς.
		Αρ.Π.9.7. Να διερευνούν και να αποδεικνύουν τις ιδιότητες του γινομένου και του πηλίκου τετραγωνικών ριζών.
		Αρ.Π.9.8. Να χρησιμοποιούν τις τετραγωνικές ρίζες και τις ιδιότητές τους στην απλοποίηση παραστάσεων και την επίλυση προβλημάτων.
		Αρ.Π.9.9. Να συγκρίνουν και να διατάσσουν πραγματικούς αριθμούς χρησιμοποιώντας την ευθεία των πραγματικών αριθμών.
		Αρ.Π.9.10. Να χρησιμοποιούν τους πραγματικούς αριθμούς στην επίλυση προβλημάτων.
	Άλγεβρα/ κανονικότητες.	Αλ.Κ.9.1. Να διερευνούν μαθηματικές κανονικότητες και να τις εκφράζουν με αλγεβρικές παραστάσεις της μορφής $y = ax^2$ , $a > 0$ .
	Άλγεβρα/αλγεβρικές παραστάσεις.	Αλ.Π.9.1. Να αναγνωρίζουν τα μονώνυμα και τα πολώνυμα, τον βαθμό τους και να υπολογίζουν την αριθμητική τιμή ενός πολωνύμου.
		Αλ.Π.9.2. Να υπολογίζουν το άθροισμα, τη διαφορά και το γινόμενο μονωνύμων και απλών πολωνύμων κυρίως μιας μεταβλητής.

		<p>Αλ.Π.9.3. Να διερευνούν και να αποδεικνύουν αλγεβρικά και να ερμηνεύουν (όπου είναι δυνατόν) γεωμετρικά τις ταυτότητες:  <math>(\alpha \pm \beta)^2 = \alpha^2 \pm 2\alpha\beta + \beta^2</math>,  <math>\alpha^2 - \beta^2 = (\alpha - \beta)(\alpha + \beta)</math>.</p>
		Αλ.Π.9.4. Να χρησιμοποιούν τις ταυτότητες για να μετατρέπουν αλγεβρικές παραστάσεις σε άλλη μορφή.
		Αλ.Π.9.5. Να αναγνωρίζουν την επιμεριστική ιδιότητα ως το βασικό κοινό στοιχείο των πράξεων πολυωνύμων, των ταυτοτήτων και της παραγοντοποίησης.
		Αλ.Π.9.6. Να παραγοντοποιούν απλά πολυώνυμα (κυρίως μιας μεταβλητής) με κοινό παράγοντα, ομαδοποίηση και χρήση ταυτοτήτων.
		Αλ.Π.9.7. Να προσδιορίζουν το ΕΚΠ μονωνύμων και απλών πολυωνύμων μιας μεταβλητής.
		Αλ.Π.9.8. Να υπολογίζουν το αποτέλεσμα των πράξεων με απλές ρητές παραστάσεις (πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός, διαίρεση).
		Αλ.Π.9.9. Να απλοποιούν ρητές παραστάσεις.
	Άλγεβρα/ Συναρτήσεις.	<p>Αλ.Σρ.9.1. Να διερευνούν, μέσω της γραφικής της παράστασης, τις ιδιότητες της <math>y = ax^2</math>, <math>a \neq 0</math> και τον ρόλο της παραμέτρου <math>a</math>.</p>
		Αλ.Σρ.9.2. Να διερευνούν τη μεταβολή του $y$ για οποιαδήποτε μοναδιαία αύξηση του $x$ σε συναρτήσεις της μορφής $y = ax^2$ .
		Αλ.Σρ.9.3. Να ερμηνεύουν και να επιλύουν γραφικά την εξίσωση $ax^2 = \beta$ .
		Αλ.Σρ.9.4. Να επιλύουν προβλήματα χρησιμοποιώντας τις αναπαραστάσεις της συνάρτησης $y = ax^2$ , $a \neq 0$ .
		Αλ.Σρ.9.5. Να αναγνωρίζουν γραμμικές εξισώσεις της μορφής $ax + by = \gamma$ και να τις ερμηνεύουν γραφικά.
		Αλ.Σρ.9.6. Να επιλύουν γραφικά προβλήματα με γραμμικά συστήματα 2 εξισώσεων με 2 αγνώστους.
		Αλ.Σρ.9.7. Να διερευνούν και να ερμηνεύουν γραφικά ένα γραμμικό σύστημα και το πλήθος των λύσεών του.
		Αλ.Σρ.9.8. Να χρησιμοποιούν τις διαφορετικές αναπαραστάσεις των συναρτήσεων για να επιλύσουν προβλήματα.
	Άλγεβρα/ Αλγεβρικές σχέσεις.	Αλ.Σχ.9.1. Να αναγνωρίζουν ένα γραμμικό σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους και να εξετάζουν αν ένα ζεύγος αριθμών είναι λύση του.

		<p>Αλ.Σχ.9.2. Να επιλύουν το σύστημα αλγεβρικά με τις μεθόδους των αντίθετων συντελεστών και της αντικατάστασης και να επαληθεύουν τη λύση με βάση το πλαίσιο του προβλήματος.</p> <p>Αλ.Σχ.9.3. Να επιλύουν απλές πολυωνυμικές εξισώσεις δευτέρου βαθμού ελλειπούς ή και πλήρους μορφής, αλλά και μεγαλύτερου βαθμού με παραγοντοποίηση.</p> <p>Αλ.Σχ.9.4. Να επιλύουν προβλήματα εξισώσεων 1ου και 2ου βαθμού (με παραγοντοποίηση) και να ερμηνεύουν τις λύσεις τους στο πλαίσιο του προβλήματος</p> <p>Αλ.Σχ.9.5. Να διερευνούν (με μοντέλα – μεταφορές) και να διατυπώνουν τις βασικές ιδιότητες της διάταξης.</p> <p>Αλ.Σχ.9.6. Να διακρίνουν τις διαφορές μεταξύ εξίσωσης και ανίσωσης</p> <p>Αλ.Σχ.9.7. Να μετατρέπουν πραγματικά προβλήματα σε ανισώσεις μορφής <math>ax + b &lt; c</math>, να τις επιλύουν και να παριστάνουν τις λύσεις γραφικά και να εξετάζουν αν ένας αριθμός είναι λύση μιας ανίσωσης ή του προβλήματος.</p> <p>Αλ.Σχ.9.8. Να βρίσκουν τις κοινές λύσεις δύο ανισώσεων χρησιμοποιώντας τον άξονα των πραγματικών αριθμών.</p>
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ	Γεωμετρία του επιπέδου.	<p>Γ.Ε.9.1. Να διερευνούν τον ρόλο των κριτηρίων ισότητας τριγώνων στη σύγκριση τριγώνων και τα να συσχετίζουν με τον ορισμό της ισότητας των τριγώνων.</p> <p>Γ.Ε.9.2. Να αξιοποιούν τα κριτήρια ισότητας τριγώνων για την αιτιολόγηση ιδιοτήτων γραμμών (μεσοκαθέτου ευθύγραμμου τμήματος, διχοτόμου γωνίας) και σχημάτων (για παράδειγμα παραλληλογράμμων).</p> <p>Γ.Ε.9.3. Να διερευνούν τη σχέση των περιμέτρων και των εμβαδών όμοιων σχημάτων.</p>
	Μετασχηματισμοί.	<p>Γ.Μ.9.1. Να καθορίζουν τα χαρακτηριστικά στοιχεία του μετασχηματισμού της ομοιοθεσίας.</p> <p>Γ.Μ.9.2. Να αναγνωρίζουν ως όμοια τα σχήματα που το ένα είναι μεγέθυνση ή σμίκρυνση του άλλου.</p> <p>Γ.Μ.9.3. Να διαπιστώνουν και να περιγράφουν μεγεθύνσεις και σμικρύνσεις μέσω της ομοιοθεσίας χρησιμοποιώντας μια ποικιλία εργαλείων.</p> <p>Γ.Μ.9.4. Να αναγνωρίζουν και να περιγράφουν τους μετασχηματισμούς με τους οποίους δύο όμοια σχήματα γίνονται ομοιόθετα.</p> <p>Γ.Μ.9.5. Να διερευνούν και να εντοπίζουν τις ιδιότητες και τα χαρακτηριστικά των ομοιόθετων σχημάτων.</p>

		Γ.Μ.9.6. Να αξιοποιούν τις ιδιότητες της ομοιοθεσίας ως προς κέντρο και λόγο ομοιοθεσίας στον σχεδιασμό σχημάτων και στην αιτιολόγηση ιδιοτήτων τους.
		Γ.Μ.9.7. Να σχεδιάζουν ομοιόθετα και όμοια σχήματα χρησιμοποιώντας μια ποικιλία υλικών, εργαλείων και στρατηγικών.
	Τριγωνομετρία.	Γ.Τ.9.1. Να επεκτείνουν τους ορισμούς των τριγωνομετρικών αριθμών σε αμβλείες γωνίες μέσω του ορθοκανονικού συστήματος αξόνων.
		Γ.Τ.9.2. Να εξηγούν τις σχέσεις των τριγωνομετρικών αριθμών παραπληρωματικών γωνιών $\eta\mu(180^\circ - \theta) = \eta\mu\theta$ , $\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \theta) = -\sigma\upsilon\nu\theta$ , $\epsilon\phi(180^\circ - \theta) = -\epsilon\phi\theta$ , και να τις χρησιμοποιούν στον υπολογισμό γωνιών τριγώνου.
	Γεωμετρία του χώρου.	Γ.Χ.9.1. Να αναγνωρίζουν τα βασικά γεωμετρικά στερεά (ορθό πρίσμα, παραλληλεπίπεδο, κύβος, πυραμίδα) και να προσδιορίζουν τα στοιχεία τους.
		Γ.Χ.9.2. Να σχεδιάζουν τις όψεις και τα αναπτύγματα ορθών πρισμάτων και πυραμίδων με ψηφιακά εργαλεία, ισομετρικό χαρτί, γεωπίνακα ή με ελεύθερη σχεδίαση.
		Γ.Χ.9.3. Να αναγνωρίζουν τα στερεά (κύλινδρο, κώνο και σφαίρα) και να προσδιορίζουν τα στοιχεία τους.
		Γ.Χ.9.4. Να διερευνούν και να αναγνωρίζουν τον κύλινδρο, τον κώνο και τη σφαίρα ως στερεά που παράγονται από τη στροφή βασικών γεωμετρικών σχημάτων.
		Γ.Χ.9.5. Να σχεδιάζουν τις όψεις και τα αναπτύγματα κυλίνδρων και κώνων με ψηφιακά εργαλεία ή με ελεύθερη σχεδίαση.
ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ	Μήκος.	Μ.Μ.9.1. Να αναγνωρίζουν και να υπολογίζουν τον λόγο ευθύγραμμων τμημάτων ως λόγο των μηκών τους στην ίδια μονάδα μέτρησης.
	Εμβαδόν.	Μ.Ε.9.1. Να αξιοποιούν τα αναπτύγματα ορθών πρισμάτων, κυλίνδρων και κώνων για να προσδιορίσουν το εμβαδόν της επιφάνειάς τους.
		Μ.Ε.9.2. Να επιλύουν προβλήματα υπολογισμού του εμβαδού της επιφάνειας ορθού πρίσματος, κυλίνδρου, κώνου και σφαίρας.
	Όγκος.	Μ.Ο.9.1. Να υπολογίζουν τον όγκο του κύβου και του ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου επιλέγοντας κατάλληλη μονάδα μέτρησης.
		Μ.Ο.9.2. Να συσχετίζουν τον όγκο ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου και κυλίνδρου με την ίδια βάση και το ίδιο ύψος

		με εμπειρικούς τρόπους.
		Μ.Ο.9.3. Να συσχετίζουν τον όγκο κυλίνδρου και κώνου με την ίδια βάση και το ίδιο ύψος με εμπειρικούς τρόπους.
		Μ.Ο.9.4. Να επιλύουν προβλήματα υπολογισμού του όγκου σύνθετων στερεών σχημάτων αναπτύσσοντας ποικιλία μεθόδων και στρατηγικών.
ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ	Διαχείριση δεδομένων.	Σ.Δ.9.1. Να διατυπώνουν ερωτήματα που αφορούν το ευρύτερο κοινωνικό περιβάλλον και απαντώνται με δεδομένα εκτός του οικείου περιβάλλοντός τους.
		Σ.Δ.9.2. Να αναγνωρίζουν την αναγκαιότητα της χρήσης δείγματος και τη διαφορά του από τον πληθυσμό.
		Σ.Δ.9.3. Να χρησιμοποιούν απλή τυχαία δειγματοληψία για την επιλογή ενός αντιπροσωπευτικού δείγματος
		Σ.Δ.9.4. Να αναγνωρίζουν τη δυνατότητα επαγωγικής εξαγωγής συμπερασμάτων για έναν πληθυσμό από ένα αντιπροσωπευτικό δείγμα
		Σ.Δ.9.5. Να αναγνωρίζουν τη μεταβλητότητα στατιστικών δεικτών μεταξύ δειγμάτων.
ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ	Πειράματα τύχης και πιθανότητες.	Π.Π.9.1. Να αναγνωρίζουν μέσα από προσομοιώσεις με χρήση λογισμικού και εκτελώντας πειράματα τύχης, ότι η σχετική συχνότητα ενός ενδεχομένου πλησιάζει την τιμή της πιθανότητας, όταν έχουμε μεγάλο αριθμό εκτελέσεων του ίδιου πειράματος (Νόμος των Μεγάλων Αριθμών).
	Συσχέτιση.	Π.Σ.9.1. Να διερευνούν την ανεξαρτησία ενδεχομένων μέσα από την εκτέλεση πειραμάτων τύχης και προσομοιώσεων.

Το παρόν Πρόγραμμα Σπουδών θα εφαρμοστεί πιλοτικά -σε συνδυασμό με τα ισχύοντα Προγράμματα Σπουδών- σε όλα τα Πρότυπα και Πειραματικά Γυμνάσια της χώρας κατά τα σχολικά έτη 2021-2022 και 2022-2023.

Από το σχολικό έτος 2023-2024 θα εφαρμοστεί σε όλα τα Γυμνάσια της χώρας.

Η απόφαση αυτή να δημοσιευθεί στην Εφημερίδα της Κυβερνήσεως.

Αθήνα, 4 Νοεμβρίου 2021

Η Υφυπουργός

**ΖΩΗ ΜΑΚΡΗ**



## ΕΘΝΙΚΟ ΤΥΠΟΓΡΑΦΕΙΟ

Το Εθνικό Τυπογραφείο αποτελεί δημόσια υπηρεσία υπαγόμενη στην Προεδρία της Κυβέρνησης και έχει την ευθύνη τόσο για τη σύνταξη, διαχείριση, εκτύπωση και κυκλοφορία των Φύλλων της Εφημερίδας της Κυβερνήσεως (ΦΕΚ), όσο και για την κάλυψη των εκτυπωτικών - εκδοτικών αναγκών του δημοσίου και του ευρύτερου δημόσιου τομέα (ν. 3469/2006/Α' 131 και π.δ. 29/2018/Α' 58).

### 1. ΦΥΛΛΟ ΤΗΣ ΕΦΗΜΕΡΙΔΑΣ ΤΗΣ ΚΥΒΕΡΝΗΣΕΩΣ (ΦΕΚ)

- Τα **ΦΕΚ σε ηλεκτρονική μορφή** διατίθενται δωρεάν στο **www.et.gr**, την επίσημη ιστοσελίδα του Εθνικού Τυπογραφείου. Όσα ΦΕΚ δεν έχουν ψηφιοποιηθεί και καταχωριστεί στην ανωτέρω ιστοσελίδα, ψηφιοποιούνται και αποστέλλονται επίσης δωρεάν με την υποβολή αίτησης, για την οποία αρκεί η συμπλήρωση των αναγκαίων στοιχείων σε ειδική φόρμα στον ιστότοπο **www.et.gr**.
- Τα **ΦΕΚ σε έντυπη μορφή** διατίθενται σε μεμονωμένα φύλλα είτε απευθείας από το Τμήμα Πωλήσεων και Συνδρομητών, είτε ταχυδρομικά με την αποστολή αιτήματος παραγγελίας μέσω των ΚΕΠ, είτε με ετήσια συνδρομή μέσω του Τμήματος Πωλήσεων και Συνδρομητών. Το κόστος ενός ασπρόμαυρου ΦΕΚ από 1 έως 16 σελίδες είναι 1,00 €, αλλά για κάθε επιπλέον οκτασέλιδο (ή μέρος αυτού) προσαυξάνεται κατά 0,20 €. Το κόστος ενός έγχρωμου ΦΕΚ από 1 έως 16 σελίδες είναι 1,50 €, αλλά για κάθε επιπλέον οκτασέλιδο (ή μέρος αυτού) προσαυξάνεται κατά 0,30 €. Το τεύχος Α.Σ.Ε.Π. διατίθεται δωρεάν.

#### • Τρόποι αποστολής κειμένων προς δημοσίευση:

- A. Τα κείμενα προς δημοσίευση στο ΦΕΚ, από τις υπηρεσίες και τους φορείς του δημοσίου, αποστέλλονται ηλεκτρονικά στη διεύθυνση **webmaster.et@et.gr** με χρήση προηγμένης ψηφιακής υπογραφής και χρονοσήμανσης.
- B. Κατ' εξαίρεση, όσοι πολίτες δεν διαθέτουν προηγμένη ψηφιακή υπογραφή μπορούν είτε να αποστέλλουν ταχυδρομικά, είτε να καταθέτουν με εκπρόσωπό τους κείμενα προς δημοσίευση εκτυπωμένα σε χαρτί στο Τμήμα Παραλαβής και Καταχώρισης Δημοσιευμάτων.

- Πληροφορίες, σχετικά με την αποστολή/κατάθεση εγγράφων προς δημοσίευση, την ημερήσια κυκλοφορία των Φ.Ε.Κ., με την πώληση των τευχών και με τους ισχύοντες τιμοκαταλόγους για όλες τις υπηρεσίες μας, περιλαμβάνονται στον ιστότοπο (**www.et.gr**). Επίσης μέσω του ιστότοπου δίδονται πληροφορίες σχετικά με την πορεία δημοσίευσης των εγγράφων, με βάση τον Κωδικό Αριθμό Δημοσιεύματος (ΚΑΔ). Πρόκειται για τον αριθμό που εκδίδει το Εθνικό Τυπογραφείο για όλα τα κείμενα που πληρούν τις προϋποθέσεις δημοσίευσης.

### 2. ΕΚΤΥΠΩΤΙΚΕΣ - ΕΚΔΟΤΙΚΕΣ ΑΝΑΓΚΕΣ ΤΟΥ ΔΗΜΟΣΙΟΥ

Το Εθνικό Τυπογραφείο ανταποκρινόμενο σε αιτήματα υπηρεσιών και φορέων του δημοσίου αναλαμβάνει να σχεδιάσει και να εκτυπώσει έντυπα, φυλλάδια, βιβλία, αφίσες, μπλοκ, μηχανογραφικά έντυπα, φακέλους για κάθε χρήση, κ.ά.

Επίσης σχεδιάζει ψηφιακές εκδόσεις, λογότυπα και παράγει οπτικοακουστικό υλικό.

**Ταχυδρομική Διεύθυνση:** Καποδιστρίου 34, τ.κ. 10432, Αθήνα

Ιστότοπος: **www.et.gr**

**ΤΗΛΕΦΩΝΙΚΟ ΚΕΝΤΡΟ:** 210 5279000 - fax: 210 5279054

Πληροφορίες σχετικά με την λειτουργία του ιστότοπου: **helpdesk.et@et.gr**

#### ΕΞΥΠΗΡΕΤΗΣΗ ΚΟΙΝΟΥ

**Πωλήσεις - Συνδρομές:** (Ισόγειο, τηλ. 210 5279178 - 180)

**Πληροφορίες:** (Ισόγειο, Γρ. 3 και τηλεφ. κέντρο 210 5279000)

**Παραλαβή Δημ. Ύλης:** (Ισόγειο, τηλ. 210 5279167, 210 5279139)

Αποστολή ψηφιακά υπογεγραμμένων εγγράφων προς δημοσίευση στο ΦΕΚ: **webmaster.et@et.gr**

**Ωράριο για το κοινό:** Δευτέρα ως Παρασκευή: 8:00 - 13:30

Πληροφορίες για γενικό πρωτόκολλο και αλληλογραφία: **grammateia@et.gr**

**Πείτε μας τη γνώμη σας,**

για να βελτιώσουμε τις υπηρεσίες μας, συμπληρώνοντας την ειδική φόρμα στον ιστότοπό μας.

